



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**VLIV PŘESAHU NA ŽIVOTNOST VALIVÉHO LOŽISKA**

INFLUENCE OF INTERFERENCE FIT ON ROLLING BEARING LIFE

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Bc. Stanislav Tetour

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. Kamil Řehák

BRNO 2018

## Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství  
Student: **Bc. Stanislav Tetour**  
Studijní program: Strojní inženýrství  
Studijní obor: Automobilní a dopravní inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Kamil Řehák**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### Vliv přesahu na životnost valivého ložiska

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Na životnost a správnou funkci valivého ložiska má zásadní vliv jeho uložení. Tato diplomová práce se zabývá posouzením ovlivnění životnosti a Hoop napětí velikostí přesahu.

#### Cíle diplomové práce:

Rešerše dostupné literatury.

Posouzení vlivu přesahu na životnost a Hoop napětí valivého ložiska.

Vytvoření programu pro výpočet životnosti ložiska.

#### Seznam doporučené literatury:

SHIGLEY, Joseph Edward, MISCHKE, Charles R. a BUDYNAS, Richard G. (ed.). Konstruování strojních součástí. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTUM, 2010. 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.

OSWALD, Fred B., ZARETSKY, Erwin V. POPLAWSKI, Joseph V. Relation between residual and Hoop stresses and Rolling Bearing Fatigue Life, 2015, 32s.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 27. 10. 2017



prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.  
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Kátolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá vlivem přesahu uložení na životnost valivého ložiska. První část práce se věnuje teoretickým znalostem, které jsou nutné pro řešení. Byl zkoumán vliv uložení s přesahem vnitřního kroužku na hřídeli a vnějšího kroužku v díře tělesa pro doporučené tolerance uložení. Přesah uložení ložiska byl řešen na válečkovém a kuželíkovém ložisku. K řešení byl použit analytický a numerický přístup. V numerické části byla provedena statická analýza ložiska s využitím programu ANSYS Workbench. Výstupem analýzy bylo maximální smykové napětí pod povrchem kontaktu, které má za následek kontaktní únavu ložiska. Životnost ložiska byla určena pomocí faktoru trvanlivosti, který udává životnost ložiska s přesahem vůči ložisku bez přesahu uložení.

## KLÍČOVÁ SLOVA

přesah uložení, hoop napětí, smykové napětí, trvanlivost, valivé ložisko, metoda konečných prvků

## ABSTRACT

Master thesis is focused on the influence of interference fit on rolling bearing life. The first part of thesis deals with the theoretical knowledge, that is necessary for the solution. The influence of interference fit was investigated of inner ring on shaft and outer ring in housing bore for recommended tolerance classes. Interference fit was solved on cylindrical roller bearing and tapered roller bearing. Analytical and numerical approach was used for the solution. A static analysis of bearing was made using program ANSYS Workbench in numerical section. The output of analysis was maximum shear stress under the contact surface, which result is contact fatigue of bearing. Bearing life was determined by life factor, which indicates bearing life with interference fit compared to bearing without interference fit.

## KEYWORDS

interference fit, hoop stress, shear stress, durability, roller bearing, finite element method

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

TETOUR, S. *Vliv přesahu na životnost valivého ložiska*. Brno, 2018. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 65 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Kamil Řehák.

## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Kamila Řeháka a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2018

.....

Bc. Stanislav Tetour

## PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu diplomové práce Ing. Kamilu Řehákovi za odborné vedení, vstřícný přístup a cenné rady při vypracovávání této diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu během celého studia.

## OBSAH

Úvod .....	10
1 Valivá ložiska .....	11
1.1 Druhy valivých ložisek .....	11
1.2 Konstrukce valivých ložisek .....	12
1.3 Vnitřní vůle valivých ložisek .....	13
1.4 Uložení valivého ložiska .....	13
1.4.1 Tolerance uložení .....	14
1.5 Živostnost ložiska .....	15
1.5.1 Dynamická únosnost a mezní únavové zatížení ložiska .....	16
1.5.2 Statická únosnost ložisek .....	16
1.5.3 Trvanlivost ložiska .....	16
2 Kontakt těles .....	18
2.1 Hertzova teorie .....	19
2.2 Hoop napětí .....	20
2.2.1 Modifikovaná trvanlivost ložiska vlivem hoop napětí .....	21
2.2.2 Faktor trvanlivosti ložiska pro uložení s přesahem .....	21
2.3 Kontaktní únava .....	22
3 Numerické řešení MKP .....	23
3.1 Podstata MKP .....	23
3.2 Diskretizace spojitého problému v MKP .....	24
3.3 Nelineární úlohy v MKP .....	25
3.3.1 Kontaktní úloha v MKP .....	25
4 Analýza vlivu přesahu uložení valivých ložisek .....	27
4.1 Parametry válečkového ložiska .....	27
4.2 Tolerance uložení válečkového ložiska .....	28
4.3 Parametry kuželíkového ložiska .....	29
4.4 Tolerance uložení kuželíkového ložiska .....	29
5 Analytický výpočet válečkového ložiska .....	30
5.1 Výpočet kontaktního napětí .....	30
5.1.1 Výpočet kontaktního napětí z geometrie ložiska .....	30
5.1.2 Výpočet kontaktního napětí ze statické únosnosti .....	31
5.2 Výpočet smykového napětí .....	31
5.3 Výpočet zvýšeného smykového napětí vlivem přesahu .....	31
5.4 Výpočet faktoru trvanlivosti .....	35
6 Numerický výpočet válečkového ložiska .....	37



6.1	Výpočtový model.....	37
6.1.1	Model ložiska .....	37
6.1.2	Okrajové podmínky modelu .....	38
6.1.3	Kontaktní vazby modelu.....	39
6.1.4	Síť modelu .....	39
6.1.5	Nastavení analýzy.....	42
6.2	Vnitřní geometrie ložiska.....	42
6.3	Výpočet maximálního smykového napětí pro různá zatížení .....	43
6.4	Přesah uložení vnitřního kroužku .....	45
6.5	Přesah uložení vnějšího kroužku .....	48
6.6	Trvanlivost válečkového ložiska pro doporučená uložení.....	50
7	Numerický výpočet kuželíkového ložiska.....	52
7.1	Okrajové podmínky kuželíkového ložiska.....	52
7.2	Geometrie kuželíkového ložiska.....	53
7.3	Přesah uložení vnitřního kroužku .....	54
7.4	Přesah uložení vnějšího kroužku .....	56
7.5	Trvanlivost kuželíkového ložiska pro doporučené tolerance.....	57
	Závěr.....	58
	Seznam použitých zkratk a symbolů .....	63

## ÚVOD

Valivá ložiska mají široké využití ve strojním průmyslu, zejména v automobilovém. Slouží pro vzájemný rotační pohyb dvou součástí a přenos zatížení. Z důvodu snížení třecích ztrát, zlepšení chodu, zvýšení tuhosti a životnosti jsou na ložiska kladeny vysoké nároky. Proto je cílem zdokonalovat konstrukci ložiska a používat kvalitnější materiály s ohledem na výslednou cenu ložiska.

Při navrhování ložiska do strojních součástí se ve většině případů nenavrhuje celé ložisko, ale vychází se z normovaných ložisek od výrobců. Prací konstruktéra je volba vhodného ložiska, aby přenášelo dané zatížení po určenou dobu životnosti a mělo vhodné rozměrové parametry pro uložení do prostoru. Trvanlivost ložiska udává životnost ložiska, při které dojde k poruše vlivem kontaktní únavy materiálu ložiska. Výrobci neudávají přesné hodnoty trvanlivosti ložiska pro určité zatěžovací a provozní podmínky ložiska, ale pouze základní únosnosti ložiska. Pomocí analytických vztahů a koeficientů pro různé pracovní podmínky ložiska se určí trvanlivost ze statické únosnosti ložiska.

U nově vyvíjených ložisek se k určení základní únosnosti a trvanlivosti ložiska mohou využít analytické vztahy, které jsou v mnoha směrech omezené. V dnešní době je rozšířený výpočet únosnosti a životnosti ložiska numerickým řešením pomocí metody konečných prvků (MKP). Nevýhodou numerického řešení je složité a časově náročné nastavení výpočtového modelu a výpočet je náročný na výpočetní techniku.

Tato práce se zabývá přesahem uložení ložiska na hřídeli nebo v díře tělesa. Přesah ovlivňuje kontaktní napětí v ložisku a následně trvanlivost ložiska. Tuto problematiku lze řešit analyticky, numericky nebo experimentálně. Experimentální řešení by bylo časově a finančně náročné, proto se tato práce zabývá numerickým výpočtem a výsledky jsou ověřeny analytickým přístupem.

Pro analýzu vlivu přesahu na kontaktní napětí byly vytvořeny modely válečkového a kuželíkového ložiska, které byly inspirovány reálnými ložisky firmy SKF. Přesah uložení se počítal pro doporučené tolerance uložení vnitřního kroužku na hřídeli nebo vnějšího kroužku v díře tělesa.

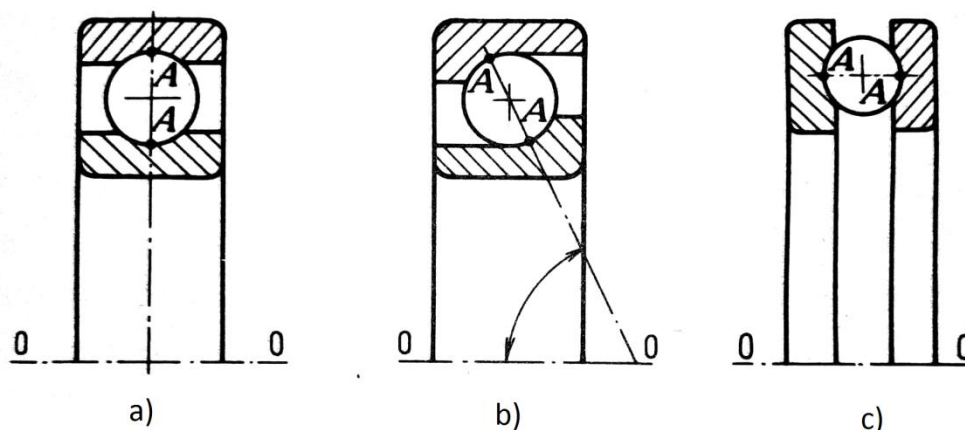
# 1 VALIVÁ LOŽISKA

Valivá ložiska přenášejí zatížení přes valivá tělesa, které se odvalují s velmi malým skluzem a s nízkým třením. Při rozběhu ložiska je tření dvakrát větší než u jeho provozu, ale i přesto je velmi nízké na rozdíl od rozběhu kluzného ložiska. Tření v ložisku závisí na jeho mazání, zatěžování a rychlosti otáčení. Základní informace o valivých ložiskách v první kapitole jsou převážně čerpány z literatury [1], [2], [3], [4] a [5].

## 1.1 DRUHY VALIVÝCH LOŽISEK

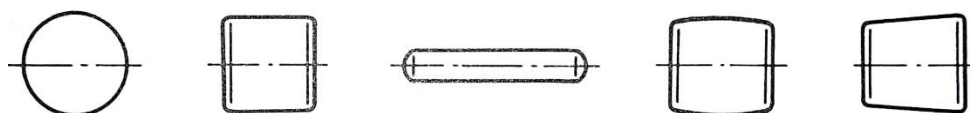
Valivá ložiska lze dělit do více skupin. Nejčastěji se dělí podle směru zatěžovací síly (Obr. 1):

- radiální – směr síly kolmo na osu otáčení
- s kosoúhlým stykem
- axiální – směr síly rovnoběžně s osou otáčení



Obr. 1 Rozdělení valivých ložisek podle zatěžovací síly: a) radiální, b) s kosoúhlým stykem, c) axiální [2]

Dále se mohou ložiska dělit podle tvaru valivých těles na kuličková, válečková, jehlová, soudečková a kuželíková viz Obr. 2. Podle tvaru valivého tělesa nastává v kontaktu s kroužkem tzv. bodový nebo čárový kontakt (více v kapitole 2 str. 18). Kuličková ložiska mají bodový kontakt a ostatní ložiska mají čárový kontakt.



Obr. 2 Valivá tělesa ložisek [2]

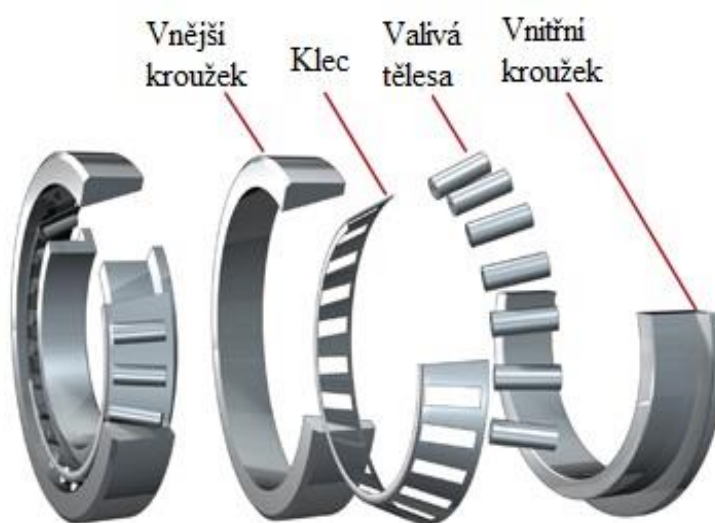
V této podkapitole je jen základní výčet druhů valivých ložisek, dále lze ložiska rozdělovat např. podle počtu řad valivých těles na jednořadá, dvouřadá nebo víceřadá. Hlavním tématem této práce je výpočet jednořadého válečkového a kuželíkového ložiska, a proto budou dále popsány pouze tyto dva druhy valivých ložisek.

Valivá tělesa válečkového ložiska jsou vedena přírubami, které bývají na vnitřním nebo vnějším kroužku. Tato ložiska nelze použít pro přenos axiálního zatížení, ale výhodou této konstrukce je možnost namontovat kroužky odděleně. Pro přenos malého axiálního zatížení v jednom směru lze použít ložiska s jednou přírubou na vnitřním kroužku a s přírubami na vnějším kroužku. Podmínkou spolehlivého chodu válečkových ložisek je souosost ložiskových těles a rotujících částí strojů. Jednořadá válečková ložiska se převážně používají pro velká radiální zatížení s vysokou rychlostí otáčení [6].

Kuželíkové ložisko se používá pro přenos kombinovaného zatížení. Jednořadá kuželíková ložiska dokáží přenášet axiální zatížení pouze v jednom směru, proto se většinou montují po dvojicích. Axiální únosnost kuželíkového ložiska je závislá na kontaktním úhlu ložiska. Pro velká axiální zatížení se používají ložiska s velkým kontaktním úhlem. Kontaktní úhel je mezi osou otáčení ložiska a kontaktní plochou vnějšího kroužku. Valivá tělesa ložiska mají kuželovitý tvar a všechny kontaktní čáry se protínají na ose ložiska v jednom bodě. Kuželíková ložiska mají široké využití především v automobilovém průmyslu, např. u převodovek, diferenciálů atd. [6].

## 1.2 KONSTRUKCE VALIVÝCH LOŽISEK

Valivé ložisko se obvykle skládá ze dvou kroužků, valivých těles a klece (Obr. 3). Valivá tělesa jsou vedena a rovnoměrně rozdělena mezi kroužky pomocí klece, která zamezuje vzájemný kontakt těles a snižuje tření. Některá ložiska jsou bez klece a mají větší počet valivých těles. Dále mohou být ložiska bez kroužku, kde se valivá tělesa odvalují přímo v díře tělesa nebo na hřídeli. U ložisek bez kroužku jsou kladeny vysoké nároky na kvalitu a tvrdost povrchu hřídele nebo tělesa. Ložiska mohou být opatřena kryty nebo těsněním pro udržení maziva a zabránění vnikání nečistot. Mazivo snižuje tření a bývá v ložisku po celou dobu jeho životnosti nebo se pro snížení tření používá olej, který je k ložisku přiváděn a může sloužit také jako chlazení ložiska.



Obr. 3 Konstrukce kuželíkového ložiska (převzato a upraveno) [7]

### 1.3 VNITŘNÍ VŮLE VALIVÝCH LOŽISEK

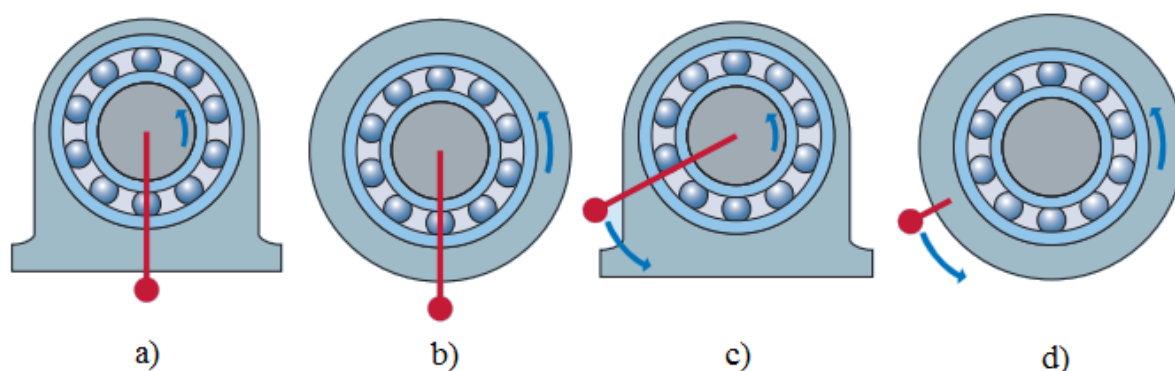
Mezi valivým tělesem a kroužkem bývá před montáží radiální a axiální vůle. Pro správný chod, zvýšení trvanlivosti a snížení nesouososti hřídele v ložisku je snahou, aby při provozu byla nejmenší možná vůle. S menší vůlí se zvyšuje tuhost celého ložiska. Malé předpětí mezi valivými tělesy a kroužky nemusí mít negativní vliv na trvanlivost ložiska, až s větším předpětím (větší negativní vůle) se zvýší únavové namáhání kontaktních ploch a sníží se trvanlivost ložiska [2].

Vnitřní vůle ložiska se zmenší vlivem přesahu uložení kroužku na hřídeli nebo v díře tělesa. S rostoucím přesahem uložení je vhodné volit větší vnitřní vůli ložiska, aby v ložisku nevznikalo vysoké kontaktní napětí v nezátíženém stavu. Na vůli má také vliv teplotní spád mezi kroužky ložiska, kdy bývá většinou vnější kroužek lépe chlazen než vnitřní kroužek [2].

### 1.4 ULOŽENÍ VALIVÉHO LOŽISKA

Kroužky valivého ložiska musí být uloženy pevně na hřídeli nebo v díře tělesa, aby nedocházelo k protáčení kroužku v uložení při provozu. Pevného uložení lze nejlépe dosáhnout při uložení s přesahem ložiska na hřídeli nebo v díře tělesa, které umožní snazší montáž a demontáž ložiska. Ložisko lze nalisovat na hřídel nebo v některých případech lze kroužky ložiska nahřát a po nasazení ložiska na hřídel nechat zchladnout. U díry děleného tělesa se docílí pevného uložení ložiska při montáži tělesa.

V závislosti na provozních podmínkách se určuje, který kroužek bude uložen s přesahem. Na Obr. 4 jsou schematicky znázorněny provozní podmínky ložisek, kde směr zatěžování je označen červenou barvou. Jestliže zatížení působí na kroužek v jednom směru, jedná se o bodové zatížení. Bodové zatížení je u kroužku, který je v klidu a působí na něj konstantní směr zatížení nebo se směr zatěžování pohybuje společně s kroužkem. U bodového zatížení je kroužek uložen volně. Na Obr. 4 se jedná o vnější kroužek a), d) a vnitřní kroužek b) a c).



Obr. 4 Schematické znázornění zatěžování ložisek: a) a d) bodové zatížení vnějšího kroužku a obvodové zatížení vnitřního kroužku, b) a c) bodové zatížení vnitřního kroužku a obvodové zatížení vnějšího kroužku (převzato a upraveno) [8]

V opačném případě se jedná o obvodové zatížení a kroužek je uložen s přesahem. Obvodové zatížení je u kroužku, který se pohybuje a směr zatěžování se nemění nebo je kroužek v klidu a směr zatěžování se pohybuje. Na Obr. 4 se jedná o vnitřní kroužek a), d) a vnější kroužek b) a c). V případě obvodového zatížení obou kroužků jsou oba kroužky uloženy s přesahem.

### 1.4.1 TOLERANCE ULOŽENÍ

Normy od American National Standards Institute (ANSI), American Bearing Manufacturers Association (ABMA) nebo katalogy výrobců ložisek uvádí doporučené tolerance uložení pro různé provozní podmínky, které zahrnují např. maximální zatížení, rychlost otáčení, vibrace a jsou závislé na průměru uložení ložiska na hřídeli nebo v díře tělesa. V Tab. 1 jsou doporučené tolerance hřídelí pro uložení vnitřního kroužku ložiska, na které působí radiální obvodové zatížení. Tyto tolerance budou následně použity pro analytické a numerické výpočty v této práci, jedná se o přechodové uložení a uložení s přesahem [5].

Tab. 1 Doporučené tolerance hřídelí pro uložení radiálních ložisek [8]

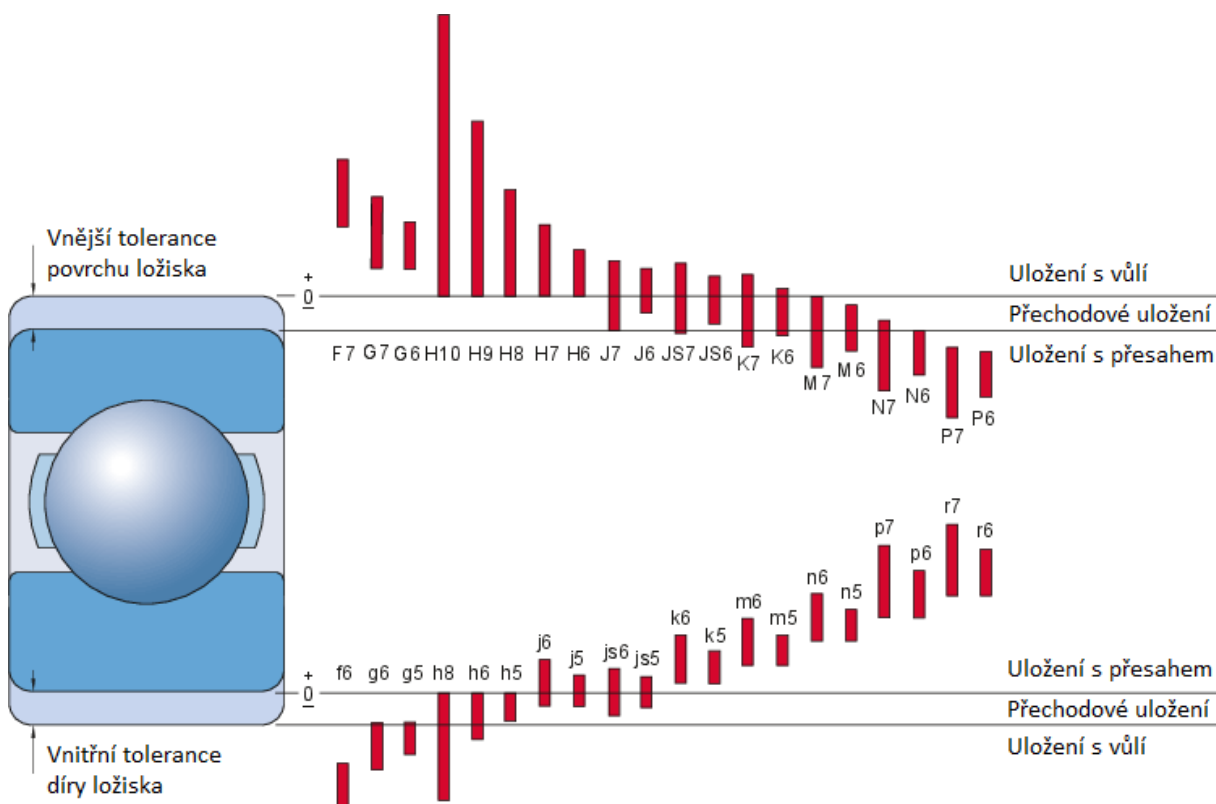
Provozní podmínky	Průměr hřídele [mm]				Tolerance
	Válečková ložiska		Kuželíková ložiska		
	přes	do	přes	do	
Malá zatížení ( $P \leq 0,05 C$ )	-	25	-	25	j6
	25	60	25	60	k6
	60	140	60	140	m6
Normální až velká zatížení ( $P > 0,05 C$ )	-	30	-	40	k6
	30	50	-	-	m5
	-	-	40	65	m6
	50	65	-	-	n5
	65	100	65	200	n6
	100	280	200	360	p6
	280	500	360	500	r6
	500	-	500	-	r7
Velká zatížení při náročných provozních podmínkách ( $P > 0,1 C$ )	50	65	-	-	n5
	65	85	50	110	n6
	85	140	110	200	p6
	140	300	200	500	r6
	300	500	-	-	s6 <sup>1</sup>
	500	-	500	-	s7 <sup>1</sup>
Malá zatížení při vysokých nárocích na přesnost chodu ( $P \leq 0,05 C$ )	25	40	25	40	js4 (j5) <sup>2</sup>
	40	140	40	140	k4 (k5) <sup>2</sup>
	140	200	140	200	m5
	200	500	200	500	n5

U obvodového zatížení vnějšího kroužku se používají tolerance díry tělesa M7 pro malá zatížení všech druhů ložisek a M5 pro tichý a přesný chod u kuželíkových ložisek. N7 a K7 pro normální až velká zatížení a pro velká zatížení ložisek při náročných provozních podmínkách se používá tolerance P7. Třída tolerance díry tělesa se na rozdíl od tolerance hřídele nemění s průměrem ložiska, ale mění se pouze rozsah tolerance [8].

<sup>1</sup> Doporučená vnitřní vůle ložiska větší než normální z důvodu velkého přesahu uložení.

<sup>2</sup> Tolerance v závorkách platí pro kuželíková ložiska.

Pro tolerance díry tělesa a hřídele jsou obvykle použity standardní třídy přesnosti podle normy ISO 286-1. Vnitřní a vnější tolerance ložiska jsou také vyráběny podle normy ISO. Uložení ložiska je dáno volbou třídy přesnosti a rozděluje se na uložení s vůlí, přechodové nebo s přesahem (Obr. 5). Přesné hodnoty tolerance tříd jsou pak závislé na rozměrech ložiska. S rostoucím přesahem uložení je vhodné volit větší vnitřní vůli ložiska, aby v ložisku nevznikalo vysoké kontaktní napětí [8].



Obr. 5 Používané tolerance hřídelí a děr tělesa (převzato a upraveno) [8]

## 1.5 ŽIVOSTNOST LOŽISKA

Životnost ložiska udává počet otáček nebo provozních hodin do poruchy ložiska z jiných důvodů, než je kontaktní únava materiálu. K poruše ložiska může dojít např. vlivem koroze, opotřebení nebo poruchou klece. Tyto poruchy nelze předvídat, proto se u ložisek uvádí trvanlivost ložiska, která udává počet pracovních hodin (při konstantních otáčkách) nebo počet otáček ložiska do poruchy ložiska vlivem kontaktní únavy materiálu (více v kapitole 2.3 str. 22). Pro výpočet trvanlivosti ložiska lze použít normovaný postup ISO 281:2007 [9].

Materiál ložisek není zcela homogenní, a proto budou mít stejná ložiska při stejných provozních podmínkách různou trvanlivost. Z tohoto důvodu výrobci udávají spolehlivost ložiska. Spolehlivost udává pravděpodobnost, se kterou dosáhne nebo překročí ložisko danou trvanlivost.

### 1.5.1 DYNAMICKÁ ÚNOSNOST A MEZNÍ ÚNAVOVÉ ZATÍŽENÍ LOŽISKA

V katalogu výrobce můžeme najít mezi hlavními parametry ložiska dynamickou únosnost  $C$ , mezní únavové zatížení  $P_u$  a statickou únosnost  $C_o$ . Dynamická únosnost ložiska určuje neproměnné zatížení, které ložisko může teoreticky přenášet po dobu milionu otáček s 90% spolehlivostí při působení mezního únavového zatížení. Používá se k výpočtu trvanlivosti ložiska.

### 1.5.2 STATICKÁ ÚNOSNOST LOŽISEK

Statická únosnost slouží pro výpočet ložiska, které je zatěžováno v klidu, tedy staticky, nebo je zatěžováno při velmi nízkých otáčkách, anebo koná malý kývavý pohyb. Statická únosnost udává zatížení, při kterém vznikne trvalá deformace o velikosti 0,0001 průměru valivého tělesa. Rovnice pro výpočet kontaktního napětí ložiska ze statické únosnosti je [10]:

$$S_{max} = k \sqrt{\left(\frac{F_r}{C_o}\right)} \quad (1)$$

$S_{max}$	[MPa]	maximální kontaktní napětí ze statické únosnosti ložiska
$k$	[MPa]	konstanta kontaktního napětí
$F_r$	[N]	radiální zatížení ložiska
$C_o$	[N]	statická únosnost

Pro válečková ložiska je kontaktní napětí  $k = 4000$  MPa, u kuličkových ložisek naklápěcích 4600 MPa a pro ostatní kuličková ložiska je napětí 4200 MPa [5].

### 1.5.3 TRVANLIVOST LOŽISKA

V případě zatěžování ložiska jiném, než je mezní únavové zatížení se trvanlivost ložiska určí na základě dynamického zatížení ložiska a dynamické únosnosti ložiska. Rovnice pro výpočet trvanlivosti je [1]:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^a 10^6 \quad (2)$$

$L_{10}$	[ot.]	trvanlivost ložiska (90% spolehlivost)
$C$	[kN]	dynamická únosnost ložiska
$P$	[kN]	ekvivalentní dynamické zatížení ložiska
$a$	[-]	mocnitel podle tvaru vnitřního kontaktu (bodový $a = 3$ , čárový $a = 10/3$ )



Pro výpočet spolehlivosti jiné než 90% se používá modifikovaná rovnice trvanlivosti se součinitelem spolehlivosti. Modifikovaná rovnice trvanlivosti může také obsahovat součinitel modifikované trvanlivosti, který zahrnuje i další faktory, např. mazání, vnikání nečistot [1]:

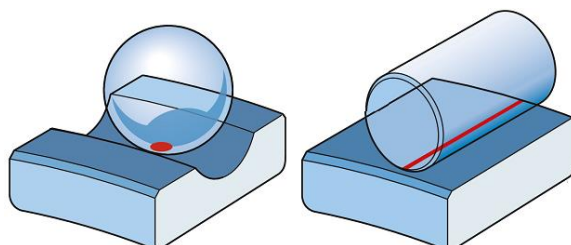
$$L_{nm} = a_1 a_{ISO} L_{10} \quad (3)$$

$L_{nm}$	[ot.]	modifikovaná trvanlivost ložiska
$a_1$	[ot.]	součinitel spolehlivosti
$a_{ISO}$	[kN]	součinitel modifikované trvanlivosti

## 2 KONTAKT TĚLES

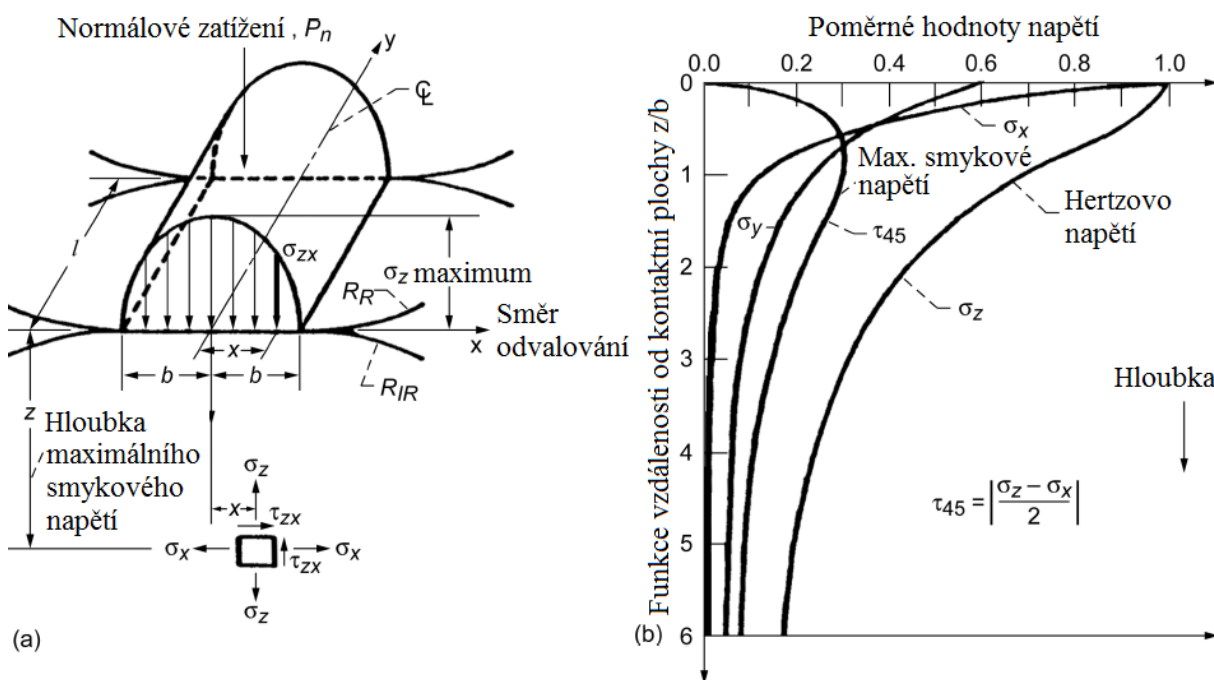
V ložisku mezi kroužkem a valivým tělesem vzniká v nezátíženém stavu tzv. teoretický bodový nebo čárový kontakt (Obr. 6). Ložiska s čárovým kontaktem dokáží přenášet větší zatížení a mají rovnoměrněji rozložené napětí v kontaktu než ložiska s bodovým kontaktem. Tvar kontaktu závisí na křivosti povrchu obou těles v místě kontaktu. U ložisek s čárovým kontaktem může vzniknout při nesprávné geometrii a vysokém zatížení v přechodech křivosti valivého tělesa k tzv. hranovému napětí na oběžných drahách kroužku. Dominantní napětí je pak v místě hranového napětí a dochází zde k poruše ložiska [2], [11].

Při zatížení se čárový (bodový) kontakt mění v plošný kontakt. S rostoucím zatížením se plocha kontaktu zvětšuje a tělesa se k sobě přibližují. Vznik kontaktní plochy je spojen s vydutím nebo zploštěním těles v místě kontaktu [2].



Obr. 6 Bodový kontakt (vlevo) a čárový kontakt (vpravo) [8]

Působením normálového zatížení vzniká v kroužku (valivého tělesa) normálové tlakové napětí  $\sigma_z$  a tangenciální tlakové napětí  $\sigma_x$  (Obr. 7a). V závislosti na vzdálenosti od povrchu se rozdíl mezi  $\sigma_z$  a  $\sigma_x$  mění, tím vzniká smykové napětí  $\tau_{45}$  (Obr. 7b).



Obr. 7 Rozložení napětí v kontaktu válečkového ložiska (a), graf závislosti napětí na funkci vzdálenosti od kontaktní plochy  $z/b$  (b) (převzato a upraveno) [10]

Maximální smykové napětí, které se nachází pod povrchem kontaktu, je polovina rozdílu mezi tangenciálním a normálovým napětím [10]:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \quad (4)$$

$\tau_{max}$	[MPa]	maximální smykové napětí
$\sigma_z$	[MPa]	normálové napětí (Hertzovo napětí)
$\sigma_x$	[MPa]	tangenciální napětí

Normálové napětí v kontaktu lze v jednodušších případech vypočítat pomocí Hertzovy teorie o kontaktu pevných těles, proto se často označuje jako Hertzovo napětí. Výpočet napětí lze použít pro jednodušší geometrii, např. kontakt dvou válců, kontakt koule nebo válce s rovinou. Vypočtené hodnoty v určitých mezích souhlasí s hodnotami získanými empiricky. U složitějších případů se používají numerické metody, především MKP.

## 2.1 HERTZOVA TEORIE

Při výpočtu pomocí Hertzovy teorie bereme v úvahu několik podmínek [2]:

- stýkající se tělesa jsou homogenní a izotropní
- materiál je elastický a není překročena jeho mez kluzu
- kontakt těles nastává jen ve velmi malé části povrchu, tj. kontaktní plocha je rovinná
- kontaktní plochy jsou zcela hladké a mohou tedy vznikat jen normálové síly

První podmínka není splněna, protože žádný materiál není zcela homogenní. Struktura oceli je tvořena z mnoha nepravidelně rozložených krystalů, které se v materiálu při deformaci chovají odlišně. Modul pružnosti materiálu je jen střední hodnota vlastností jednotlivých krystalů v různých místech. Dále se u ocelí pro valivá ložiska s vhodným technologickým postupem při výrobě vyskytuje malé množství vměstků, kterým nelze nikdy zcela zamezit [2].

Druhá podmínka nebývá vždy splněna. V některých případech se při zatížení pohybujeme nad mezí kluzu a musíme vzít v úvahu nepatrné plastické deformace na kroužcích a valivých tělesech [2].

Třetí podmínka je splněna jen zřídka, kvůli zakřivení kontaktních ploch a zvýšenému zatížení. Povrch kontaktních ploch není nikdy zcela hladký, proto i poslední podmínka není splněna. Hertzova teorie předpokládala čisté valení tělesa bez skluzu. V kontaktu ložiska dochází k prokluzu a vzniká smykové napětí. Vlivem smykového a normálového napětí v kontaktní ploše se dále teoreticky zabývali Lundberg, Midlin, Smith-Liu a Poritsky [1], [2].

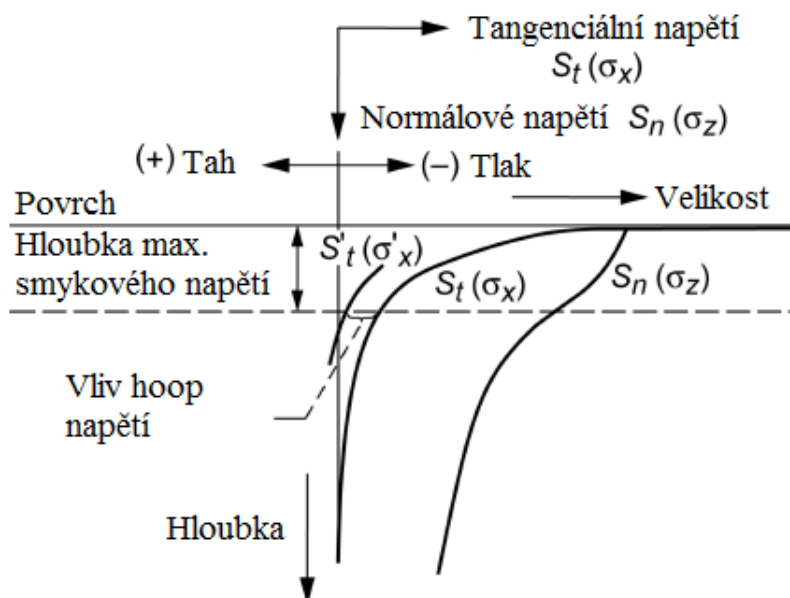
I přes tyto omezení se analytický výpočet podle Hertzovy teorie běžně využívá, z důvodu rychlého výpočtu s malým počtem vstupních parametrů. Výpočet slouží především k předběžnému výpočtu napětí v kontaktu zjednodušených těles a k ověření numerického výpočtu.

## 2.2 HOOP NAPĚTÍ

Přesahem uložení vnitřního kroužku na hřídeli vzniká hoop napětí  $\sigma_h$  (tahové napětí) ve vnitřním kroužku. Hoop napětí působí v opačném směru než tangenciální napětí (tlakové napětí), které je zapříčiněno zatížením kontaktních těles. Výsledné tangenciální napětí  $\sigma'_x$  je tedy sníženo o účinek hoop napětí (Obr. 8). Hoop napětí zvýší maximální smykové napětí v kroužku a nepatrně změní jeho polohu. Zvýšení smykového napětí má negativní vliv na trvanlivost ložiska. Maximální smykové napětí včetně hoop napětí je stanoveno vztahem [10]:

$$(\tau_{max})_h = \tau_{max} + \frac{\sigma_h}{2} \quad (5)$$

$(\tau_{max})_h$	[MPa]	maximální smykové napětí včetně vlivu hoop napětí
$\sigma_h$	[MPa]	hoop napětí



Obr. 8 Vliv hoop napětí na tangenciální napětí v závislosti na vzdálenosti od povrchu kontaktu (převzato a upraveno) [10]

V případě uložení ložiska s přesahem v díře tělese vzniká ve vnějším kroužku tlakové napětí a zvyšuje tangenciální napětí. Výsledné smykové napětí na vnějším kroužku je nižší než při uložení bez přesahu. Snížením smykového napětí v kroužku se zvýší trvanlivost kroužku. Další možností snížení smykového napětí je tepelná úprava povrchu ložiska, kde vzniká v kroužcích tangenciální tlakové napětí. Tepelnou úpravou povrchu lze dále zvýšit tvrdost povrchu nebo zvýšit odolnost vůči únavě. Mezi tepelné úpravy ložisek patří např. indukční kalení, cementování [8], [12].

### 2.2.1 MODIFIKOVANÁ TRVANLIVOST LOŽISKA VLIVEM HOOP NAPĚTÍ

Vlivem přesahu uložení na trvanlivost valivého ložiska se zabývali analytickým přístupem Harold H. Coe, Erwin V. Zaretsky, Fred B. Oswald a Joseph V. Poplawski. Coeho a Zaretskyho analýza nejdříve uvažovala, že přesah uložení vnitřního kroužku má stejný vliv na trvanlivost pro všechny komponenty ložiska (vnitřní kroužek, valivé těleso a vnější kroužek). Modifikovaná rovnice trvanlivosti ložiska podle Coeho a Zaretskyho je [12]:

$$(L_{10})_h = \left( \frac{\tau_{max}}{(\tau_{max})_h} \right)^{\frac{c}{e}} \left( \frac{C}{P} \right)^a 10^6 \quad (6)$$

$(L_{10})_h$	[ot.]	modifikovaná trvanlivost ložiska
c	[-]	napěťový exponent trvanlivosti
e	[-]	exponent Weibullova rozdělení

Další analýzou Zaretsky zlepšil postup pro přesnější výpočet trvanlivosti ložiska, kde oddělil trvanlivost kroužků a valivého tělesa. Při tomto postupu se vypočtou trvanlivosti jednotlivých komponent ložiska a následně se určí trvanlivost celého ložiska [13]:

$$\left( \frac{1}{L_{10}} \right)^e = \left( \frac{1}{L_{ir}} \right)^e + \left( \frac{1}{L_{er}} \right)^e + \left( \frac{1}{L_{or}} \right)^e \quad (7)$$

$L_{ir}$	[ot.]	trvanlivost vnitřního kroužku ložiska
$L_{er}$	[ot.]	trvanlivost valivého tělesa
$L_{or}$	[ot.]	trvanlivost vnějšího kroužku ložiska

V této práci bude použit pouze zjednodušený výpočet trvanlivosti ložiska, kde je uvažována trvanlivost ložiska jako celek z důvodu neznámých trvanlivostí kroužků a valivého tělesa. Analytickým výpočtům trvanlivosti pro různé tolerance uložení se věnovali Oswald, Zaretsky a Poplawski [10], [12], (pro válečková ložiska) a [14] (pro kuličková ložiska).

### 2.2.2 FAKTOR TRVANLIVOSTI LOŽISKA PRO ULOŽENÍ S PŘESAHEM

Faktor trvanlivosti udává trvanlivosti ložiska bez přesahu vůči trvanlivosti s přesahu uložení. Podle Coeho a Zaretskyho lze faktor trvanlivosti určit jako devátou mocninu poměru maximálního smykového napětí a maximálního smykového napětí včetně hoop napětí vlivem přesahu uložení [15]:

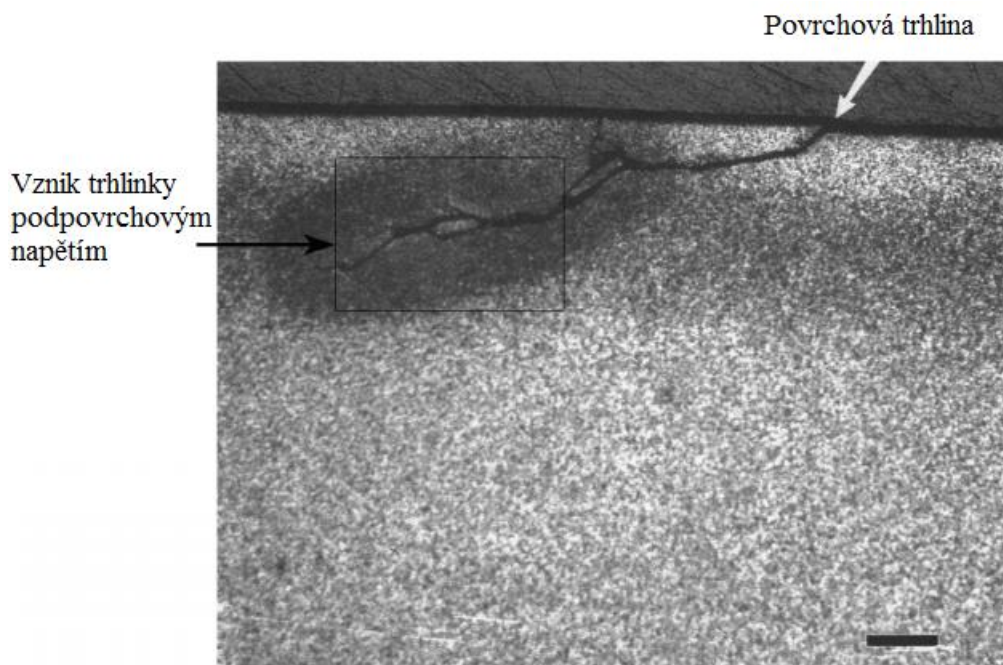
$$LR = \left( \frac{\tau_{max}}{(\tau_{max})_h} \right)^9 \quad (8)$$

LR	[-]	faktor trvanlivosti
----	-----	---------------------

Rovnice (8) je založena na předchozí práci Lundberga a Palmgrena, kteří použili pro určení trvanlivosti exponent 6,9–9,3. V této práci byl použit pro výpočet faktoru trvanlivosti ložiska exponent 9 [10].

## 2.3 KONTAKTNÍ ÚNAVA

U povrchů dochází ke kontaktní únavě vlivem cyklického namáhání kontaktním napětím. Porušení ložiska kontaktní únavou nastává v místě kontaktu nebo těsně pod jeho povrchem, kde se nachází největší smykové napětí při odvalování bez skluzu. V místě největšího smykového napětí dochází k iniciaci trhlinky, která se cyklickým namáháním šíří k povrchu ložiska (Obr. 9). Trhliny na povrchu způsobí vytrhování malých částí materiálů ložiska a vytváří jamky. Tento jev se nazývá pitting [16].



Obr. 9 Vznik trhliny vlivem kontaktní únavy (převzato a upraveno) [16]

### 3 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MKP

V dnešní době velmi využívanou numerickou metodou pro výpočet analýz je MKP. Slouží k simulaci průběhu deformací, napětí, proudění teploty, plynů, kapalin, k určení vlastních frekvencí tělesa atd. MKP programy umí dobře řešit lineární a nelineární přímé úlohy, u kterých jsou známy parametry materiálu, geometrie, zatížení a chceme znát napětí a deformaci. Pomocí MKP nelze řešit nepřímé úlohy. Pod nelineární přímou úlohu spadá i kontaktní úloha valivého ložiska. Programy pro řešení numerických úloh se dělí na tři základní části:

- pre-procesor
- solver (řešič)
- post-procesor

Pre-procesor definuje vstupní hodnoty výpočtového modelu, např. geometrii, vlastnosti materiálu, síť modelu a okrajové podmínky. Pomocí řešiče probíhá numerické řešení problému. Mezi komerční programy využívající MKP patří ANSYS, NASTRAN, ABAQUS atd. Výsledky deformací, napětí, posuvů a dalších veličin daného problému jsou zobrazeny v post-procesoru.

#### 3.1 PODSTATA MKP

MKP programy slouží pro řešení různých fyzikálních problémů na základě numerických algoritmů. Pro deformační varianty MKP je základním principem Lagrangeův variační princip. Následující informace v kapitolách 3.1 a 3.2 jsou čerpány z [17] a [18].

Definice Lagrangeova variačního principu zní: „Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii  $\Pi$  stacionární hodnotu.“ Stacionární hodnota  $\Pi$  představuje minimum a lze ji vyjádřit [18]:

$$\Pi = W - P \quad (9)$$

$\Pi$	celková potenciální energie tělesa
$W$	energie napjatosti tělesa
$P$	potenciál vnějšího zatížení

Energie napjatosti tělesa  $\Omega$  je definovaná [17]:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (10)$$

$\boldsymbol{\sigma}^T$	řádková matice napětí
$\boldsymbol{\varepsilon}$	sloupcová matice deformace
$\Omega$	objem tělesa

Pro potenciál vnějšího zatížení platí rovnice [17]:

$$P = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{o} dV + \int_{\Gamma_p} \mathbf{u}^T \mathbf{p} dS \quad (11)$$

$\mathbf{u}^T$	řádková matice posuvu
$\mathbf{o}$	sloupcová matice objemového zatížení
$\mathbf{p}$	sloupcová matice plošného zatížení
$\Gamma_p$	povrch tělesa

### 3.2 DISKRETIZACE SPOJITÉHO PROBLÉMU V MKP

Celková potenciální energie je závislá na spojitých funkcích posuvů ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), které reprezentují nekonečné množství hodnot v nekonečně mnoha bodech v řešené oblasti. Aby se úloha dala řešit numericky, je potřeba funkce posuvu definovat v závislosti na konečném počtu parametrů. V MKP se aproximační funkce posuvů vyjadřují jako přibližný součet předem daných báзовých funkcí ( $\tilde{u}_i$ ,  $\tilde{v}_j$ ,  $\tilde{w}_k$ ). Báзовé funkce jsou násobeny neznámými koeficienty. Funkce posuvů jsou pomocí báзовých funkcí a neznámých koeficientů popsány vztahem [17]:

$$u = \sum_{i=1}^l a_i \tilde{u}_i ; \quad v = \sum_{j=1}^m b_j \tilde{v}_j ; \quad w = \sum_{k=1}^n c_k \tilde{w}_k, \quad (12)$$

$\tilde{u}_i, \tilde{v}_j, \tilde{w}_k$	báзовé funkce
$a_i, b_j, c_k$	neznámé koeficienty aproximačních funkcí posuvů

Dosazením aproximačních funkcí posuvů do rovnice (9) získáme celkovou potenciální energii  $\Pi(a_1, a_2, a_3, \dots)$  závislou na konečném množství parametrů. Podmínka stacionární hodnoty  $\Pi$  vede na soustavu rovnic pro určení neznámých parametrů, a tím určuje aproximační hodnoty posuvů podle rovnice (12). U MKP jsou báзовé funkce definované vždy na malé podoblasti řešeného tělesa.

Dle Lagrangeova variačního principu lze získat ze stacionární hodnoty celkové potenciální energie tělesa  $\Pi$  základní rovnici MKP [17]:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (13)$$

$\mathbf{K}$	celková matice tuhosti
$\mathbf{U}$	globální matice deformovaných parametrů
$\mathbf{F}$	celková matice zatížení



### 3.3 NELINEÁRNÍ ÚLOHY V MKP

Nelineární úlohy se charakterizují proměnnou maticí tuhosti, která je u lineárních úloh konstantní. Závislost mezi napětím a deformací je tedy nelineární. Úlohy jsou náročnější na výpočetní software a prodlužují výpočetní čas z důvodu přepočítávání matice tuhosti. Příčinou nelinearity úloh může být geometrie, materiál nebo kontaktní podmínky. S geometrickou nelinearitou se setkáme u velkých posuvů, popřípadě i velkého přetvoření. Materiálová nelinearita je způsobena nepřímou závislostí mezi napětím a přetvořením. U analýzy valivého ložiska je nejvýznamnější kontaktní nelinearita způsobena změnou kontaktního tvaru a plochy při zatěžování, proto se práce dále věnuje této problematice [19].

#### 3.3.1 KONTAKTNÍ ÚLOHA V MKP

U fyzických kontaktů nedochází k vzájemnému průniku těles. MKP nedokáže sama řešit kontaktní problémy, proto v MKP programu musí být vytvořeny vztahy mezi kontaktními plochami, aby mohly mezi sebou přenášet normálové a tečné (třecí) síly. Program ANSYS používá jako kontaktní algoritmy:

- Pure penalty – pokutový přístup
- Pure Lagrange multiplier (normal Lagrange) – metoda Lagrangeových multiplikátorů
- Augmented Lagrange
- MPC (Multi-Point constraint)
- Beam

S těmito kontaktními metodami pracují i další komerční softwary. MPC a Beam metody jsou používány pro úlohy, kde jsou kontaktní plochy spojeny. Pro statickou kontaktní úlohu valivého ložiska lze použít první tři metody. Pro tuto práci byla zvolena metoda Augmented Lagrange.

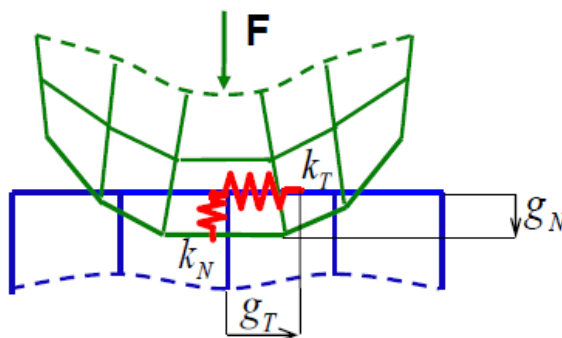
#### PURE PENALTY

Principem metody je vložení fiktivních pružin mezi kontaktní plochy (Obr. 10), u kterých se skokově mění tuhost při vzájemné penetraci těles. Zvýšením kontaktní tuhosti se zmenší penetrace. Celková napjatost tělesa je rozšířena o napjatost fiktivních pružin [20]:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon dV + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (k_N g_N \delta g_N + k_T g_T \delta g_T) dA \quad (14)$$

$k_N$	normálová tuhost fiktivní pružiny
$k_T$	tečná tuhost fiktivní pružiny
$g_N$	normálová penetrace těles
$g_T$	tečná penetrace těles

Pro přesné výsledky by se kontaktní tuhost blížila k nekonečnu a penetrace by byla nulová, ale to není numericky možné pro tuto metodu, protože by kontaktní plochy oscilovaly a úloha by nekonvergovala. Dostatečně přesné výsledky napětí dostaneme i s malou nebo zanedbatelnou penetrací v kontaktu. U moderních programů se kontaktní tuhost a penetrace může měnit během výpočtu, a tím se zrychlí konvergence úlohy. Výhodou této metody je, že není třeba definovat dodatečné stupně volnosti a vazby v kontaktu těles [21].



Obr. 10 Pure penalty metoda [20]

### PURE LAGRANGE MULTIPLIER

U metody se nemusí zadávat kontaktní tuhost a jsou dodrženy přesné vazební (kontaktní) podmínky. Do řešení se přidávají další nezávislé proměnné parametry. Tyto parametry se označují jako multiplikátory, které zastupují kontaktní tlak mezi tělesy. Nevýhodou je, že v modelu přibývají dodatečné stupně volnosti. Pro celkové napětí tělesa platí [20]:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon dV + \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\lambda_N g_N + \lambda_T g_T) dA \quad (15)$$

$\lambda_N$  Lagrangeův multiplikátor pro normálový směr

$\lambda_T$  Lagrangeův multiplikátor pro tečný směr

V programu ANSYS se používá algoritmus s označením normal Lagrange, který používá Lagrangeovy multiplikátory pouze v normálovém směru, zatímco v tečném směru aplikuje pokutový přístup [22].

### AUGMENTED LAGRANGE

Metoda je kombinací předešlých dvou přístupů, kdy se zadává kontaktní tuhost a maximální dovolená penetrace. Metoda je vhodná pro kontakty těles s větší deformací. Celkové napětí tělesa je tedy popsáno vztahem [23]:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon dV + \frac{1}{2} \int_{\Omega} ((\lambda_N + k_N g_N) \delta g_N + (\lambda_T + k_T g_T) \delta g_T) dA \quad (16)$$

## 4 ANALÝZA VLIVU PŘESAHU ULOŽENÍ VALIVÝCH LOŽISEK

Analýza zkoumá vliv přesahu uložení na trvanlivost ložisek. Tato práce se zabývá pouze kontaktní únavou, která je způsobena působením smykového napětí pod povrchem kontaktu. Dále byly zjišťovány deformace, hoop (tangenciální) a radiální napětí v kroužku vlivem přesahu uložení vnitřního kroužku na hřídeli a vnějšího kroužku v díře tělesa. Ve výpočtu byla použita nulová vnitřní vůle ložiska po uložení s přesahem, aby výsledky nebyly ovlivněny zvyšujícím se kontaktním napětím vlivem kontaktu kroužku s valivými tělesy v nezatíženém stavu. Jako výstup byl použit faktor trvanlivosti, který udává trvanlivost ložisek s přesahem vůči ložisku bez přesahu uložení.

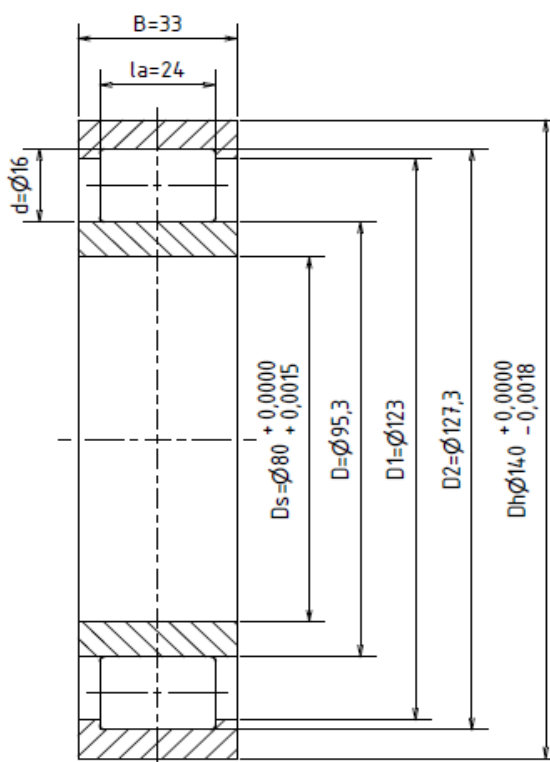
Práce se zabývala statickou analýzou válečkového a kuželíkového ložiska. Pro výpočet válečkového ložiska byl použit analytický a numerický výpočet. Z důvodů složité geometrie kuželíkového ložiska byl využit pouze numerický výpočet.

### 4.1 PARAMETRY VÁLEČKOVÉHO LOŽISKA

Pro analýzu byla použita válečková ložiska, která byla inspirována ložisky z katalogu firmy SKF [8]. Byly použity tři varianty ložisek o různé velikosti vnitřního průměru ložiska, aby každé ložisko spadalo pod jiné toleranční rozmezí průměru hřídele. Vnitřní geometrii oběžných drah kroužků a valivých těles výrobci ložisek neuvádějí, proto byla pro numerický výpočet navržena vlastní. Parametry valivých ložisek pro výpočet jsou v Tab. 2 a příklad ložiska o vnitřním průměru 80 mm je znázorněn na Obr. 11. Byl použit materiál ložiska z ložiskové oceli 100Cr6, která je kalená a popouštěná s mezí kluzu  $\sigma_k = 1324$  MPa, modulem pružnosti v tahu  $E = 210\,000$  MPa a Poissonovou konstantou  $\nu = 0,3$  [24].

Tab. 2 Parametry válečkových ložisek pro výpočet [8]

Parametry ložiska	Ložisko 1 (NU 2216)		Ložisko 2 (NU 2210)		Ložisko 3 (NU 2224)	
Mezní únavové zatížení $P_u$ [kN]	31		11,4		72	
Statická únosnost $C_o$ [kN]	245		88		630	
Vnitřní průměr ložiska $D_s$ [mm]	80		50		120	
Vnější průměr vnitřního kroužku $D$ [mm]	95,3		59,5		143,5	
Vnitřní průměr vnějšího kroužku $D_2$ [mm]	127,3		81,5		195,5	
Vnější průměr ložiska $D_h$ [mm]	140		90		215	
Šířka ložiska $B$ [mm]	33		27		58	
Průměr valivého tělesa $d$ [mm]	16		11		26	
Délka valivého tělesa $l_a$ [mm]	24		16,5		39	
Počet valivých těles $z$ [-]	18		16		17	
Tolerance díry ložiska (max./min.) [ $\mu\text{m}$ ]	0	-15	0	-12	0	-20
Tolerance průměru ložiska (max./min.) [ $\mu\text{m}$ ]	0	-18	0	-15	0	-30



Obr. 11 Parametry valivého ložiska o průměru 80 mm

## 4.2 TOLERANCE ULOŽENÍ VÁLEČKOVÉHO LOŽISKA

Přesah uložení byl určen z doporučených tolerancí uložení. V Tab. 3 jsou doporučené tolerance hřídele o průměru 80 mm pro různé provozní podmínky a různou velikost ložiska z kapitoly 1.4.1 na str. 14. Tolerance jsou uvedeny od nejmenší po největší třídu tolerance. Tolerance díry tělesa o průměru 140 mm jsou v Tab. 4. Následně jsou uvedeny tabulky doporučených tolerancí uložení pro variantu ložiska 2 o vnitřním průměru 50 mm (Tab. 5) a variantu ložiska 3 o vnitřním průměru 120 mm (Tab. 6).

Tab. 3 Tolerance hřídele o průměru 80 mm [25]

Tolerance	js4	j6	k4	k6	m5	m6	n5	n6	p6	r6	r7	s6	s7
Min. [μm]	-4	-7	2	2	11	11	20	20	32	43	43	59	59
Max. [μm]	4	12	10	21	24	30	33	39	51	56	62	78	89

Tab. 4 Tolerance díry tělesa o průměru 140 mm [25]

Tolerance	J6	JS5	K5	K7	M5	M7	N7	P7
Min. [μm]	-7	-9	-15	-28	-27	-40	-52	-68
Max. [μm]	18	9	3	12	-9	0	-12	-28

Tab. 5 Doporučené tolerance hřídele a díry tělesa pro variantu ložiska 2 [25]

	Průměr hřídele 50 mm				Průměr díry tělesa 90 mm			
Tolerance	k4	k6	m5	m6	K7	M7	N7	P7
Min. [ $\mu\text{m}$ ]	2	2	9	17	-25	-35	-45	-59
Max. [ $\mu\text{m}$ ]	9	18	20	28	10	0	-10	-24

Tab. 6 Doporučené tolerance hřídele a díry tělesa pro variantu ložiska 3 [25]

	Průměr hřídele 120 mm			Průměr díry tělesa 215 mm			
Tolerance	k4	m6	p6	K7	M7	N7	P7
Min. [ $\mu\text{m}$ ]	4	17	50	-33	-46	-60	-79
Max. [ $\mu\text{m}$ ]	18	46	70	13	0	-14	-33

### 4.3 PARAMETRY KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA

Kuželíkové ložisko bylo inspirováno od ložiska pro převodovky BT1-0054, také od firmy SKF. Statická únosnost kuželíkového ložiska  $C_0 = 815 \text{ kN}$ , mezní únavové zatížení  $P_u = 72 \text{ kN}$ , vnější průměr ložiska  $D_h = 295 \text{ mm}$ , vnitřní průměr  $D_s = 225 \text{ mm}$ , kontaktní úhel  $\alpha = 18,33^\circ$ , počet valivých těles  $z = 44$ , o délce kuželíku  $33 \text{ mm}$  a středním průměru  $16 \text{ mm}$ . Vnitřní geometrie kontaktu mezi kroužky a valivým tělesem byla vytvořena vlastní. Materiálové vlastnosti byly použity stejné jako u válečkového ložiska [26].

### 4.4 TOLERANCE ULOŽENÍ KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA

Doporučené tolerance uložení pro různé provozní podmínky byly voleny z kapitoly 1.4.1 na str. 14 obdobně jako u válečkového ložiska (Tab. 7). Toleranční pole se s průměrem hřídele a díry tělesa zvětšuje. Pro doporučenou toleranci uložení pro mezní zatížení byly přidány dva stupně přesnosti r5 a r7, z důvodu zjištění vlivu přesnosti tolerance na výslednou trvanlivost ložiska.

Tab. 7 Doporučené tolerance hřídele a díry tělesa pro uložení kuželíkového ložiska [25]

	Průměr hřídele 225 mm					Průměr díry tělesa 295 mm				
Tolerance	n5	p6	r5	r6	r7	K7	M5	M7	N7	P7
Min. [ $\mu\text{m}$ ]	31	50	80	80	80	-36	-36	-52	-66	-88
Max. [ $\mu\text{m}$ ]	51	79	100	109	126	16	-13	0	-14	-36

## 5 ANALYTICKÝ VÝPOČET VÁLEČKOVÉHO LOŽISKA

Analytický výpočet se zabývá pouze přesahem vnitřního kroužku na hřídeli, protože uložení s přesahem vnějšího kroužku v díře tělesa nemá vliv na maximální smykové napětí v ložisku, jak bude v numerické části ověřeno (kapitola 6.5 str. 48). Analytický postup je znázorněn na variantě válečkového ložiska 1 o průměru 80 mm. U tohoto ložiska byly použity všechny doporučené tolerance uložení z kapitoly 4.2 na str. 28. Pro následné porovnání výsledku s numerickým výpočtem byly použity i varianty ložisek 2 a 3.

Výpočet se skládá ze tří částí, kde se jako první vypočte kontaktní napětí pomocí vztahů vycházejících z Hertzovy teorie a následně i maximální smykové napětí pod povrchem kontaktu. V druhé části se vypočte smykové napětí vlivem přesahu uložení vnitřního kroužku na hřídeli a v poslední části se určí faktor trvanlivosti ložiska s přesahem vůči ložisku bez přesahu uložení.

### 5.1 VÝPOČET KONTAKTNÍHO NAPĚTÍ

Kontaktní napětí bylo počítáno dvěma přístupy, jak z geometrie ložiska, tak ze statické únosnosti ložiska. Důvodem bylo následné porovnání s numerickým přístupem, kde nelze použít jednoduchou geometrii z důvodu vzniku hranového napětí (kapitola 6.2 str. 42).

#### 5.1.1 VÝPOČET KONTAKTNÍHO NAPĚTÍ Z GEOMETRIE LOŽISKA

Z geometrie ložiska lze vypočítat maximální kontaktní napětí mezi valivým tělesem a vnitřním kroužkem z oceli vztahem [2]:

$$\sigma_{max} = 268,5 \left[ \frac{Q_{max}}{l_a} \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$\sigma_{max}$	[MPa]	maximální kontaktní napětí z geometrie ložiska
$Q_{max}$	[N]	maximální zatížení valivého tělesa
$l_a^3$	[mm]	efektivní délka valivého tělesa (délka válečku bez zaoblení)
$d$	[mm]	průměr valivého tělesa
$D$	[mm]	vnější průměr vnitřního kroužku ložiska

Nejvíce zatížené valivé těleso ložiska je zatěžováno silou [2]:

$$Q_{max} = \frac{4,08 F_r}{z} = \frac{4,08 \cdot 31\,000}{18} = 7027 \text{ N} \quad (18)$$

$z$	[-]	počet valivých těles ložiska
-----	-----	------------------------------

<sup>3</sup> Pro výpočet bylo použito zaoblení válečku 0,3 mm, u kterého bylo v numerické části vypočteno nejmenší smykové napětí.

Jako radiální zatížení bylo použito mezní zatížení ložiska. Konstantu 4,08 lze použít pro ložiska bez vůle s čárovým kontaktem. U ložiska s bodovým kontaktem a bez vůle je možno použít konstantu 4,37, kterou odvodil Stribeck [27]. Při uložení s vnitřní vůlí je nejvíce zatížené těleso zatěžováno větší silou a lze použít konstantu 5 [2].

Dosazením do předchozí rovnice (17) dostaneme maximální kontaktní napětí:

$$\sigma_{max} = 268,5 \left[ \frac{7\,027}{23,4} \cdot \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{95,3} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 1257 \text{ MPa} \quad (19)$$

### 5.1.2 VÝPOČET KONTAKTNÍHO NAPĚTÍ ZE STATICKÉ ÚNOSNOSTI

Pro maximální kontaktní napětí ze statické únosnosti ložiska platí vztah z kapitoly 1.5.2 str.16:

$$S_{max} = k \sqrt{\left( \frac{F_r}{C_o} \right)} = 4\,000 \sqrt{\left( \frac{31\,000}{245\,000} \right)} = 1\,423 \text{ MPa} \quad (20)$$

Kontaktní napětí se může lišit z důvodu geometrie kontaktu, kde se u Hertzovy teorie předpokládá kontakt dvou válců, zatímco výpočet ze statické únosnosti ložiska zahrnuje složitější geometrii kontaktu valivého tělesa a vnitřního kroužku.

## 5.2 VÝPOČET SMYKOVÉHO NAPĚTÍ

Maximální smykové napětí válečkového ložiska lze počítat z kontaktního napětí podle vztahu [10]:

$$\tau_{max1} = 0,300\,28 \sigma_{max} = 0,030\,028 \cdot 1\,257 = 377 \text{ MPa} \quad (21)$$

Maximální smykové napětí pro kontaktní napětí ze statické únosnosti  $\tau_{max2} = 427 \text{ MPa}$ .

## 5.3 VÝPOČET ZVÝŠENÉHO SMYKOVÉHO NAPĚTÍ VLIVEM PŘESAHU

Následující výpočet maximálního smykového napětí včetně hoop napětí byl počítán dle [10] pro kontaktní napětí z geometrie ložiska. Ve výpočtu se vyskytují geometrické konstanty a pomocné parametry pro výpočet nárůstu maximálního smykového napětí. Tyto parametry slouží pro zjednodušení výpočtu a zahrnují hoop i radiální napětí, která vznikají přesahem uložení. Analytický výpočet předpokládá, že maximální smykové napětí včetně hoop napětí vlivem přesahu uložení se bude nacházet ve stejném místě jako maximální smykové napětí bez přesahu uložení [14].

Mezi hřídelí a vnitřním kroužkem vzniká tlak. Při uvažování tuhé hřídele a elastického vnitřního kroužku je tlak určen vztahem:

$$P_i = \frac{E\delta(D^2 - D_s^2)}{2D_s D^2} \quad (22)$$

$P_i$	[MPa]	tlak mezi hřídelí a vnitřním kroužkem ložiska
$E$	[MPa]	modul pružnosti v tahu
$\delta$	[mm]	přesah uložení ložiska
$D_s$	[mm]	průměr hřídele

Maximální smykové napětí bylo počítáno pro minimální, střední a maximální hodnotu přesahu uložení (Tab. 8). Minimální přesah uložení byl pro hřídel s nejmenší hodnotou tolerančního pole a s největší hodnotou tolerančního pole díry ložiska. Maximální přesah byl pro opačný případ, tzn. pro největší hodnotu tolerančního pole hřídele a nejmenší hodnotu tolerančního pole díry ložiska.

Tab. 8 Přesah uložení ložiska pro doporučené tolerance uložení

Tolerance	js4	j6	k4	k6	m5	m6	n5	n6	p6	r6	r7	s6	s7
Min. přesah [μm]	0 <sup>4</sup>	0 <sup>4</sup>	2	2	11	11	20	20	32	43	43	59	59
Střední přesah [μm]	8	10	14	19	25	28	34	37	49	57	60	76	82
Max. přesah [μm]	19	27	25	36	39	45	48	54	66	71	77	93	104

Dále byly vypočteny geometrické konstanty dle vztahů:

$$B = \frac{D_s}{D} = \frac{80}{95,3} = 0,839 \quad (23)$$

$$R = \frac{D}{d} = \frac{95,3}{16} = 5,956 \quad (24)$$

B, R [-] geometrické konstanty

<sup>4</sup> U přesahu rovno nule se jedná o uložení s vůlí. V těchto případech nevzniká tlak mezi hřídelí a kroužkem, proto následující výpočet smykového napětí není ovlivněn.



Pomocí geometrické konstanty  $B$  a tlaků  $P_i$  byly vypočteny parametry  $m_i$  pro různé přesahy podle rovnice:

$$m_i = \frac{P_i B^2}{(1 - B^2)} \quad (25)$$

$m_i$  [MPa] parametr  $m_i$  pro výpočet smykového napětí

Pro další výpočet bylo potřeba vypočítat parametr  $K_2$ , který je závislý na geometrické konstantě  $R$ , modulu pružnosti v tahu, Poissonově konstantě a maximálním kontaktním napětí:

$$K_2 = \frac{E(R + 1)}{[4(1 - \nu^2)\sigma_{max}]} = \frac{210\,000 \cdot (5,956 + 1)}{[4 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 1257]} = 319,2 \quad (26)$$

$K_2$  [-] parametr  $K_2$  pro výpočet smykového napětí

Poslední parametr  $y$  je závislý na  $K_2$  a bezrozměrné hloubce pod povrchem  $u$ , která udává podíl mezi hloubkou působení smykového napětí a šířkou kontaktní plochy mezi valivým tělesem a kroužkem ložiska (Obr. 7 str. 18). Pro výpočet je použita předpokládaná hodnota  $u = 0,786\,67$ . Rovnice pro výpočet  $y$  je:

$$y = 1 - \frac{u}{K_2} = y = 1 - \frac{0,786\,67}{316,5} = 0,997\,536 \quad (27)$$

$u$  [-] bezrozměrná hloubka pod povrchem z/b

$y$  [-] parametr  $y$  pro výpočet smykového napětí

Výsledné maximální smykové napětí včetně hoop napětí je určeno vztahem:

$$(\tau_{max})_h = \tau_{max} + \frac{m}{y^2} \quad (28)$$

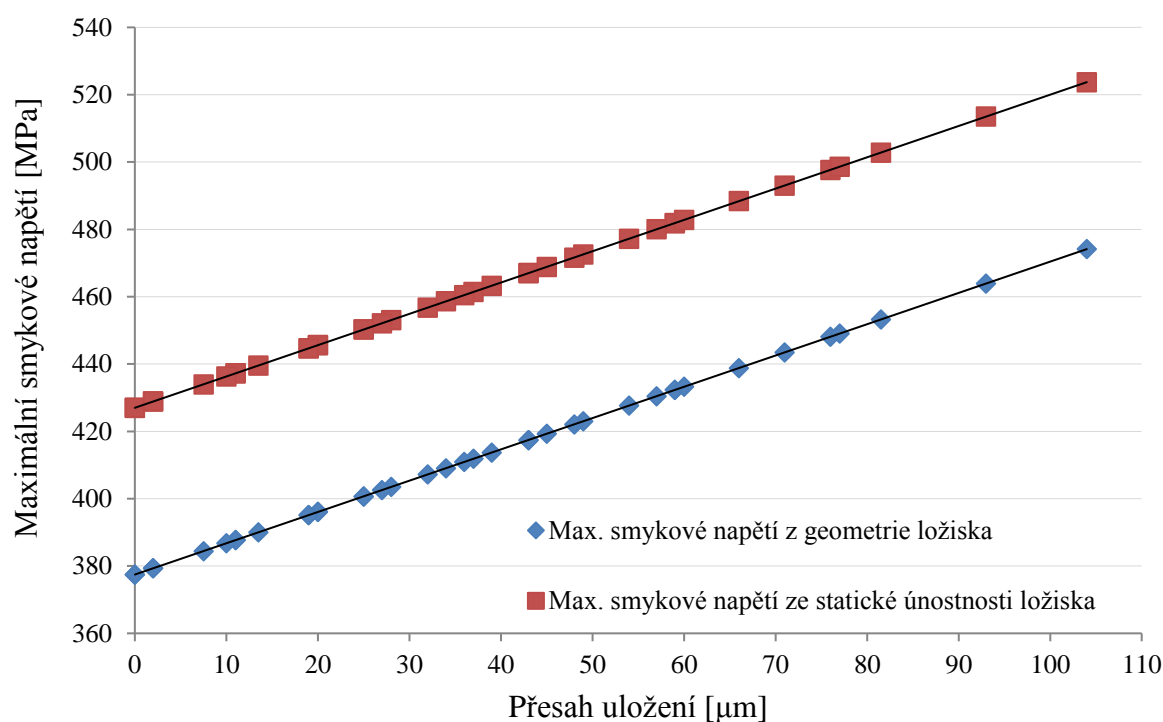
Výpočty byly zpracovány pomocí programu Microsoft Excel pro různé tolerance uložení (Tab. 9). Výpočtový program lze využít pro výpočet maximálního smykového napětí i pro jiné parametry válečkového ložiska. Pro ověření výpočtového modelu byly vloženy parametry ložiska z [10] a jeden příklad jeho uložení. Výsledky smykového napětí se shodovaly.

U maximálního přesahu  $s_7$  dojde k navýšení smykového napětí až o 96,7 MPa. Takový nárůst smykového napětí bude mít výrazný vliv na snížení trvanlivosti. Hřídel s tolerancí js4 a j6 není ovlivněna nárůstem smykového napětí vlivem přesahu uložení. U varianty ložiska 1 se maximální smykové napětí zvýší o 50,5 MPa pro největší doporučenou toleranci uložení n6.

Tab. 9 Maximální smykové napětí z geometrie ložiska pro doporučené tolerance uložení ložiska 1

Tolerance	Max. smykové napětí pro min. přesah [MPa]	Max. smykové napětí pro střední přesah [MPa]	Max. smykové napětí pro max. [MPa]
js4	377,5	384,4	395,1
j6	377,5	386,8	402,6
k4	379,3	390,0	400,7
k6	379,3	395,1	410,9
m5	387,7	400,7	413,7
m6	387,7	403,5	419,3
n5	396,1	409,1	422,1
n6	396,1	411,9	427,7
p6	407,2	423,0	438,8
r6	417,4	430,4	443,5
r7	417,4	433,2	449,0
s6	432,3	448,1	463,9
s7	432,3	453,2	474,1

## Maximální smykové napětí závislé na přesahu uložení



Graf 1 Porovnání závislosti maximálního smykového napětí na přesahu uložení pro smykové napětí z geometrie ložiska a statické únosnosti ložiska

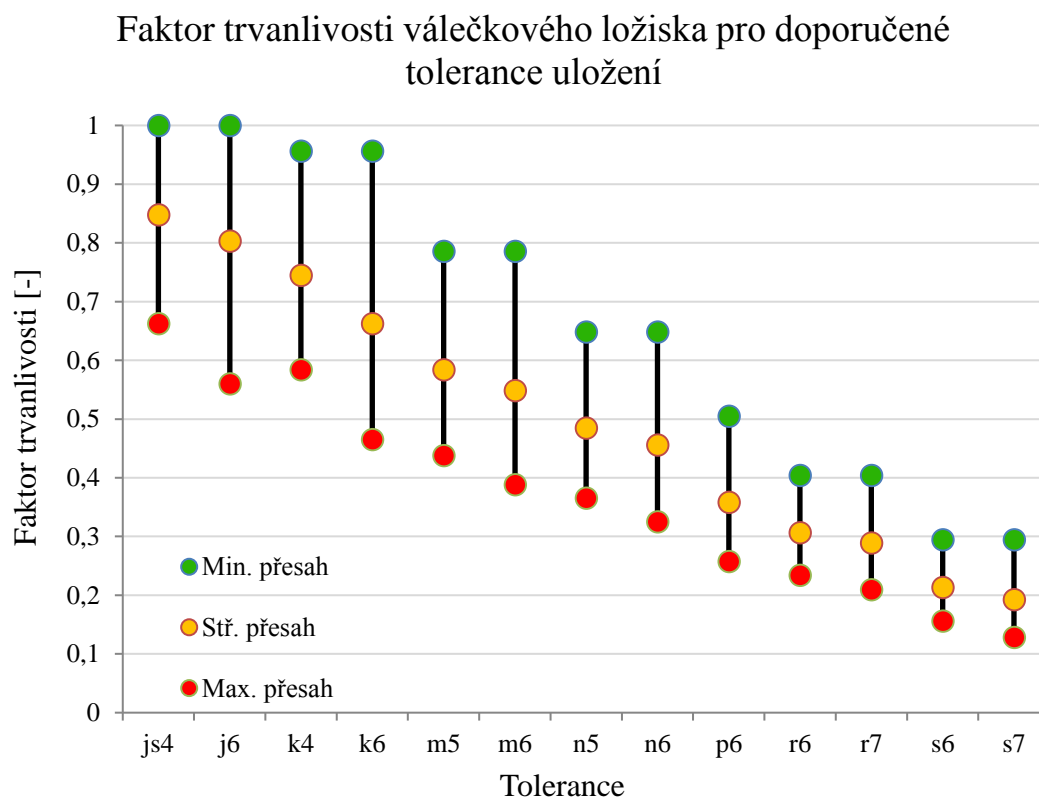
Maximální smykové napětí včetně hoop napětí se zvyšuje s rostoucím přesahem vnitřního kroužku na hřídeli. Závislost mezi maximálním smykovým napětím a přesahem je lineární (Graf 1). Rozdíl mezi smykovým napětím z geometrie a ze statické únosnosti ložiska je 49,5 MPa a zůstává téměř nezměněn pro stejné přesahy uložení. Z toho plyne, že přesah uložení ovlivní maximální smykové napětí stejně pro různé hodnoty zatížení.

## 5.4 VÝPOČET FAKTORU TRVANLIVOSTI

Výpočet trvanlivosti byl podle rovnice (8) z kapitoly 2.2.2 str. 21, ze které se vypočítal faktor trvanlivosti ložiska. Pro výpočet byli použity hodnoty smykového napětí z geometrie ložiska. Faktor trvanlivosti byl určen pro minimální, střední a maximální hodnotu přesahu uložení. Hodnoty s faktorem trvanlivosti rovny 1 nejsou ovlivněny změnou trvanlivosti ložiska (Tab. 10). Největší přesah s7 u tohoto ložiska sníží trvanlivost až o 87 % vůči ložisku bez přesahu uložení. Při zvýšení stupně přesnosti tolerance dojde u střední hodnoty přesahu k navýšení trvanlivosti o 2–3 % u počítaných tolerančních polí a snižuje se rozsah faktoru trvanlivosti pro min. a max. hodnotu tolerance (Tab. 10). S rostoucí toleranční třídou klesá rozptyl faktoru trvanlivosti (Graf 2).

Tab. 10 Faktor trvanlivosti ložiska pro doporučené tolerance uložení varianty ložiska 1

Tolerance	Faktor trvanlivosti pro min. přesah [-]	Faktor trvanlivosti pro střední přesah [-]	Faktor trvanlivosti pro max. přesah. [-]
js4	1,00	0,85	0,66
j6	1,00	0,80	0,56
k4	0,96	0,75	0,58
k6	0,96	0,66	0,47
m5	0,79	0,58	0,44
m6	0,79	0,55	0,39
n5	0,65	0,48	0,37
n6	0,65	0,46	0,33
p6	0,51	0,36	0,26
r6	0,40	0,31	0,23
r7	0,40	0,29	0,21
s6	0,29	0,21	0,16
s7	0,29	0,19	0,13



Graf 2 Závislost faktoru trvanlivosti ložiska na toleranci uložení vnitřního kroužku

## 6 NUMERICKÝ VÝPOČET VÁLEČKOVÉHO LOŽISKA

Numerický výpočet byl prováděn v programu ANSYS Workbench, kde byl vytvořen výpočtový parametrický model ložiska, který sloužil pro navrhnutí vhodné vnitřní geometrie ložiska. Následně byl na ložisku analyzován vliv zatížení a vliv přesahu vnitřního a vnějšího kroužku na maximální smykové napětí. Z maximálního smykového napětí byla analyticky vypočítána trvanlivost ložiska pro doporučené tolerance uložení. Stejný postup byl aplikován pro další dvě ložiska.

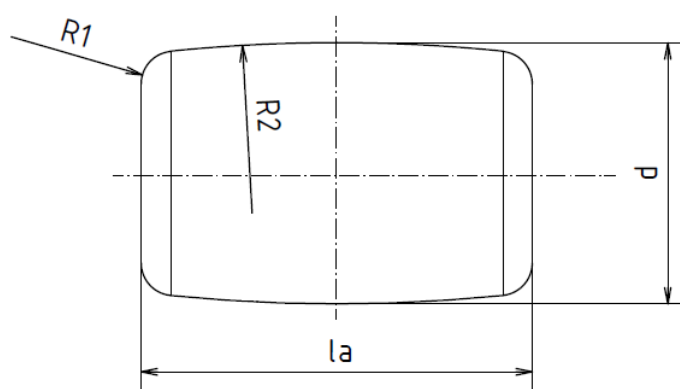
### 6.1 VÝPOČTOVÝ MODEL

Válečkové ložisko bylo numericky počítáno pouze pro symetrickou část segmentu ložiska, z důvodu velkého množství příkladů uložení ložiska. Při řešení celého ložiska by se výpočetní časy mnohonásobně prodloužily a musela by se použít hrubší síť v kontaktu těles, která je pro přesné výsledky smykového napětí důležitá.

Segment ložiska obsahoval jedno valivé těleso spolu s částí vnějšího kroužku. Dále model obsahoval spolu s vnitřním kroužkem hřídel, která sloužila pro definování síly a přesahu uložení. Ložisko bylo modelováno bez vodící klece, která nemá podstatný vliv na výsledky deformace a napětí.

#### 6.1.1 MODEL LOŽISKA

Ložisko bylo modelováno přímo v programu ANSYS Workbench v DesignModeler. Model byl vytvořen zcela parametrický pro generování geometrie valivého tělesa (Obr. 12) a následně pro vygenerování dalších dvou variant ložisek o jiných parametrech (Tab. 2 str.27).



Obr. 12 Geometrie valivého tělesa

Změna parametrů se v první části týkala valivého tělesa, kde se měnil rádius zaoblení válečku R1 a rádius kontaktní křivky válečku R2. Důvodem bylo rovnoměrné rozložení napětí v kontaktních plochách a zamezení vzniku hranového napětí. Další možnou modifikací kontaktní křivky válečku je např. pomocí logaritmické křivky nebo váleček s „chord-arch” úpravou, kde je střed kontaktní křivky přímka a na ní navazují dva rádiusy o velkém

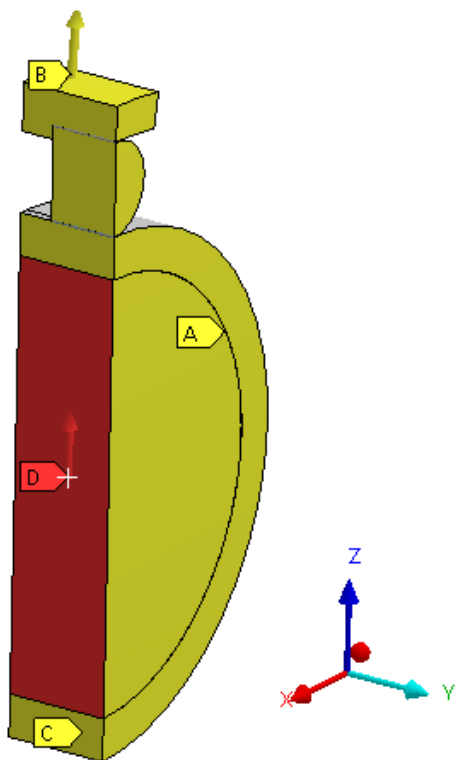
poloměru. Výhodou těchto modifikací je rozložení napětí po větší ploše při malém zatížení než u modifikace pouze s jedním zaoblením [11].

Modelu ložiska a hřídeli byl předepsán materiál s modulem pružnosti v tahu  $E = 210 \text{ GPa}$  a Poissonovou konstantou  $\nu = 0,3$ . Při následné simulaci maximálního zatížením a přesahu uložení nedošlo k nárůstu maximálního napětí podle HMM (Huber, von Mises, Hencky) nad hodnotu meze kluzu materiálu ložiska, proto byl zvolen pro všechny výpočty materiálový model jako lineární elastický izotropní materiál. Ve hřídeli vznikalo napětí řádově nižší, z toho důvodu byl zvolen stejný materiálový model.

### 6.1.2 OKRAJOVÉ PODMÍNKY MODELU

Na ložisko působí pouze radiální zatížení a přesah uložení. Využitím symetrie výpočtového modelu lze modelovat čtvrtinu modelu kvůli snížení výpočetního času. Všem částem modelu byl zamezen posuv v rovině symetrie. Na Obr. 13 jsou znázorněny vazby, kde plochám v rovině A je zamezen posuv v ose  $y$  a plochám v rovině C je zamezen posuv v ose  $x$ . Zamezení posuvu v ose  $y$  vystihuje zamezení posuvu kroužků v axiálním směru v reálném případě uložení ložiska. Dále je ložisko uloženo v díře tělesa, která zamezuje posuv vnějšího kroužku v radiálním směru (B).

Radiální síla, která působí na segment ložiska, byla vložena na hřídel ložiska v ose  $z$  (D). Velikost zatížení modelu byla použita z analytického výpočtu pro nejvíce zatížené valivé těleso z rovnice (18). Z důvodu symetrie je použito pouze čtvrtinové zatížení valivého tělesa.



Obr. 13 Okrajové podmínky modelu

### 6.1.3 KONTAKTNÍ VAZBY MODELU

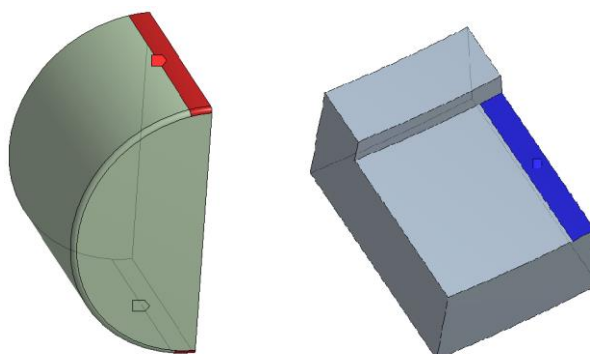
Podle geometrie, sítě a vlastností tělesa vůči druhému tělesu se kontaktní plochy dělí na dva typy:

1. Contact – konvexní povrch, jemnější síť, poddajnější těleso,
2. Target – plochý nebo konkávní povrch, větší povrch, hrubší síť, tužší těleso.

V modelu byly nastaveny tři kontaktní páry:

1. hřídel (Contact) s vnitřním kroužkem (Target),
2. vnitřní kroužek (Target) s valivým tělesem (Contact),
3. vnější kroužek (Target) s valivým tělesem (Contact).

Na hřídeli byla kontaktní plocha po celém obvodu spolu s vnitřní plochou vnitřního kroužku. U dalších dvou párů byla kontaktní plocha zmenšena pouze na část povrchu (Obr. 14), kde se předpokládal kontakt těles. Redukce kontaktních ploch sníží výpočetní čas, lze také nastavit pomocí Trim Contact. Při kontaktu těles musí být správně definované kontaktní elementy, které budou použity pro kontakt těles [28].



Obr. 14 Redukované kontakty valivého tělesa  
(vlevo) a vnějšího kroužku (vpravo)

Pro kontakty byla dále nastavena nízká hodnota tření, která nemá podstatný vliv na výsledky napětí, ale urychlí konvergenci kontaktu těles. Jako kontaktní algoritmus byl zvolen Augmented Lagrange (viz kapitola 3.3.1 str. 25).

### 6.1.4 SÍŤ MODELU

Maximální smykové napětí se nachází těsně pod povrchem kontaktu, proto musí být síť v kontaktu dostatečně jemná. Jemná síť v kontaktu lépe popisuje kontaktní geometrii těles a přesněji vystihuje rozložení napětí v kontaktu vlivem zatížení. Vzdálenost jemné sítě od povrchu se volila podle rozložení maximálního smykového napětí ze simulace zatěžování ložiska. Byla provedena citlivostní analýza jemné sítě v kontaktu a vhodná velikost prvku jemné sítě modelu se volila s ohledem na odchylku napětí v závislosti na prodloužení výpočetního času. Bylo vhodné se vejít do počtu uzlů 256 tisíc z důvodu licence Academic Teaching Mechanical, ale za předpokladu, že výsledky budou dostatečně přesné. Pro každé ložisko byla zvolena jiná velikost prvků z důvodu změny rozměrů celého ložiska.

U varianty ložiska 1 byla zvolena síť o velikosti prvků jemné sítě 0,1 mm (Tab. 11), kde se při snížení velikosti prvku snížila chyba o 1,9 %, ale nárůst výpočetního času se zdvojnásobil. Při dalším zjemňování sítě (0,025 mm u ložiska 1 Obr. 15) se dále napětí nesnižovalo, ale výpočetní čas se několikanásobně prodloužil. Velikost zbývajících prvků ložiska a hřídele neměla při výpočtu zásadní vliv na maximální smykového napětí.

Tab. 11 Citlivostní analýza sítě modelu ložiska 1

Varianta ložiska 1			
Velikost prvků [mm]	Odchylka maximálního smykového napětí od nejjemnější sítě [%]	Počet uzlů [-]	Rozdíl výpočetního času od nejjemnější sítě [%]
0,15	17,0	123 034	-73,5
0,125	11,1	150 323	-63,7
0,1	4,4	201 048	-66,7
0,075	2,5	296 870	-32,2
0,05	0	600 605	0
0,025	2,0	2 475 772	700,2

U varianty ložiska 2 byla zvolena velikost 0,65 mm (Tab. 12) a pro variantu ložiska 3 velikost prvků jemné sítě 0,125 mm (Tab. 13), kde byly rozdíl napětí do 5 % od nejjemnější vytvořené sítě a výpočetní čas byl snížen přes 70 %.

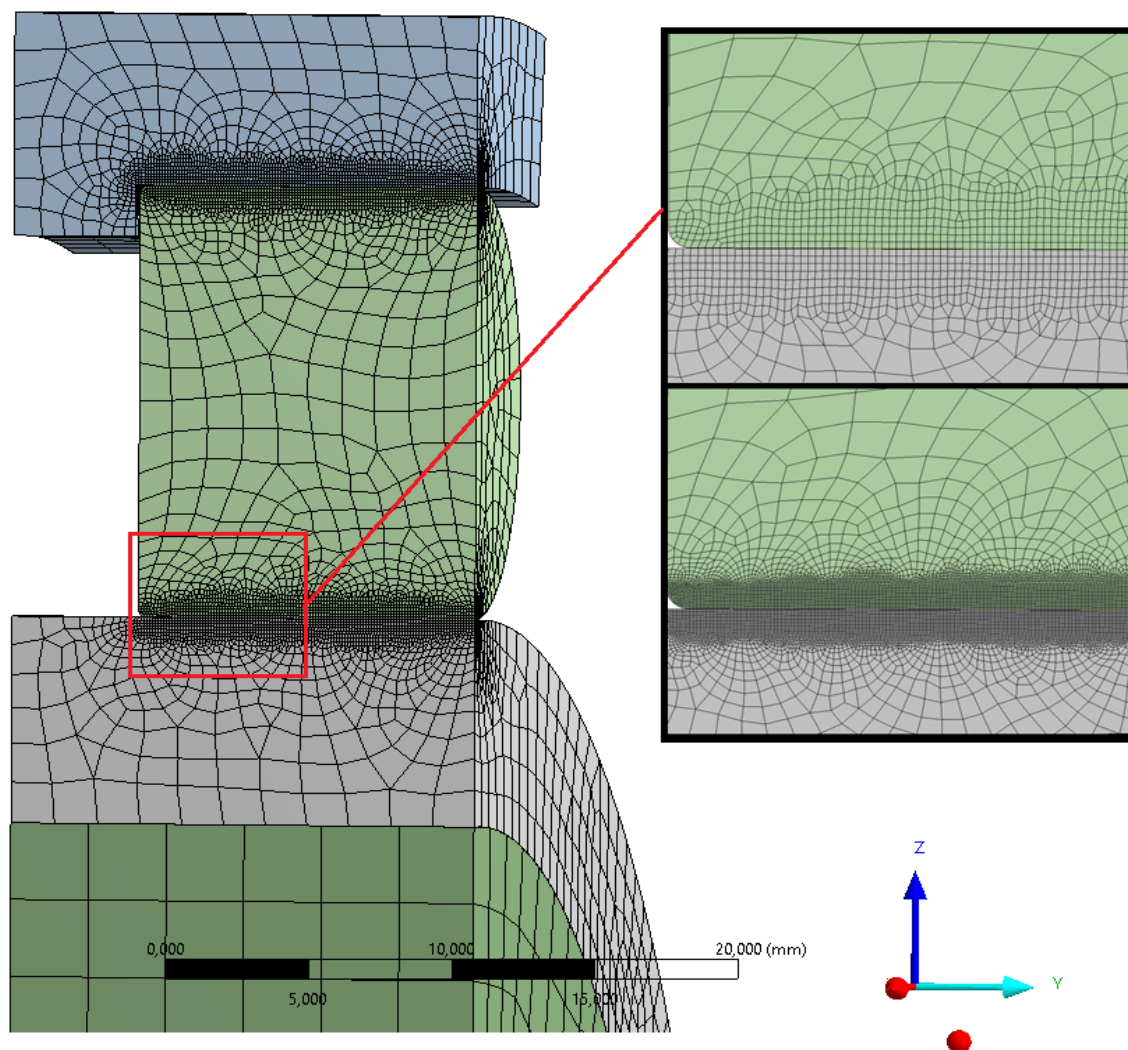
Tab. 12 Citlivostní analýza sítě modelu ložiska 2

Varianta ložiska 2			
Velikost prvků [mm]	Odchylka maximálního smykového napětí od nejjemnější sítě [%]	Počet uzlů [-]	Rozdíl výpočetního času od nejjemnější sítě [%]
0,125	16,4	85 687	-91,3
0,1	12,8	121 041	-81,5
0,075	9,2	183 161	-72,5
0,065	4,2	241 131	-71,3
0,05	0	384 679	0
0,025	-0,2	1 652 744	373,2



Tab. 13 Citlivostní analýza sítě modelu ložiska 3

Varianta ložiska 3			
Velikost prvků [mm]	Odchylka maximálního smykového napětí od nejjemnější sítě [%]	Počet uzlů [-]	Rozdíl výpočetního času od nejjemnější sítě [%]
0,2	11,3	142 769	-89,1
0,175	9,2	161 223	-87,3
0,15	6,3	191 492	-83,4
0,125	0,6	245 970	-75,3
0,1	1,4	316 773	-70,5
0,075	-0,5	483 851	8,6
0,05	0	975 434	0



Obr. 15 Sít' segmentu modelu (vlevo) a detail jemné sítě v kontaktu (0,1 mm vpravo nahoře a 0,025 mm vpravo dole)

### 6.1.5 NASTAVENÍ ANALÝZY

Výpočet ložiska v programu ANSYS byl rozdělen do čtyř kroků:

1. určení vhodné vnitřní geometrie ložiska,
2. výpočet maximálního smykového napětí pro různá zatížení ložiska,
3. výpočet maximálního smykového napětí pro přesah vnitřního kroužku,
4. výpočet maximálního smykového napětí pro přesah vnějšího kroužku.

Z důvodu absence geometrie spočíval první bod v nalezení vhodné vnitřní geometrie valivého tělesa, kde bylo cílem rozložit napětí po celé délce kontaktu bez vzniku hranového napětí. Síla zatěžování ložiska byla rozdělena do více dílčích kroků (substeps).

Ložisko s vhodnou vnitřní geometrií bylo v druhém bodu zatíženo několika poměrnými zatíženími  $P_u$ . Nastavení zatížení modelu bylo stejné jako v prvním bodu.

Ve třetím bodě byl v prvním kroku (step) nastaven přesah vnitřního kroužku pomocí odsazení (offset) kontaktu hřídele a vnitřního kroužku a bylo vloženo malé zatížení na hřídel, aby kroužek a váleček zůstaly v kontaktu. Hodnoty odsazení byly předepsány podle doporučených hodnot uložení vnitřního kroužku na hřídeli, které byly poloviční než přesah uložení, protože odsazením se vnitřní kroužek posune radiálně od hřídele ve všech směrech. Odsazením vzniklo ve vnitřním kroužku hoop napětí. V druhém kroku byl přidán zbytek zatížení ložiska.

Ve čtvrtém bodě se přesah uložení vnějšího kroužku v tělese modeloval pomocí radiálního posuvu vnější plochy vnějšího kroužku. Dále byl zamezen posuv v tangenciálním směru v řezu kroužku. Velikost radiálního posuvu byl předepsán na základě doporučených hodnot přesahu vnějšího kroužku v díře tělesa, které byli také poloviční. Zatěžování ložiska probíhalo jako v předchozích případech.

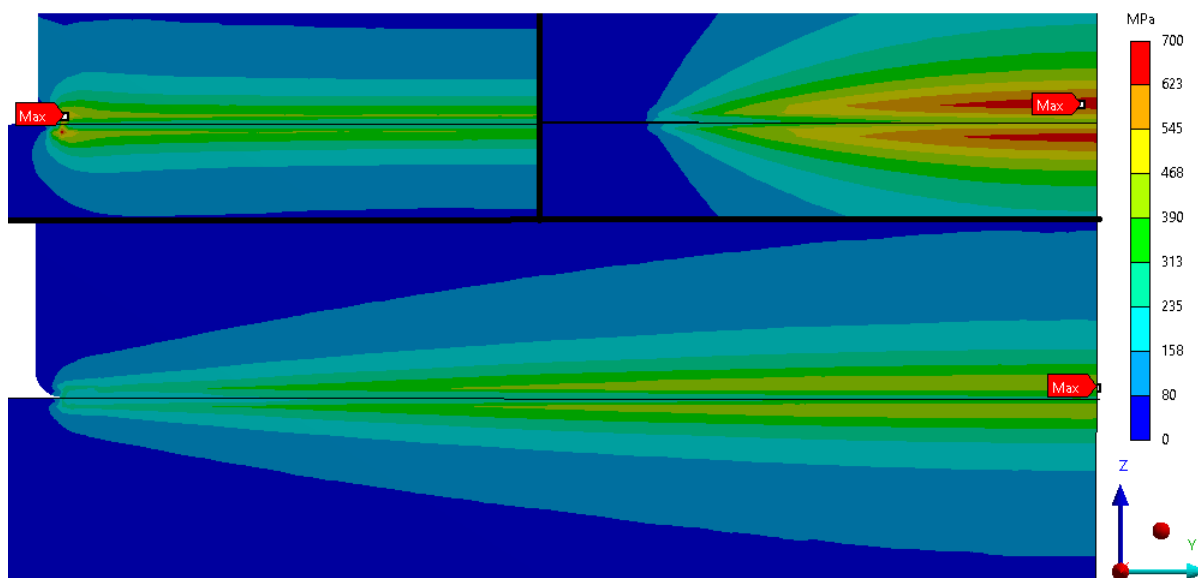
## 6.2 VNITŘNÍ GEOMETRIE LOŽISKA

Z důvodu vzniku hranového napětí při zatěžování ložiska musela být vytvořena vhodná vnitřní geometrie ložiska. Zamezení nebo snížení hranového napětí se provádělo zvětšením zaoblení R1 a současně modifikací valivého tělesa R2 (Obr. 12 str. 37). Pouze zaoblením hrany válečku nezamezíme vzniku hranového napětí, jen ho do určité míry snížíme (Obr. 16 vpravo nahoře). Se snižujícím se poloměrem R2 se napětí přesouvá blíže ke středu válečku a není využita celá délka válečku (viz Obr. 16 vpravo nahoře). Druhou možností úpravy vnitřní geometrie ložiska je úprava geometrie oběžných drah kroužků, kde by byla kontaktní křivka konvexní.

Vhodná geometrie byla hledána pro mezní zatížení  $P_u$ . Nejprve se hledalo nejmenší smykové napětí pouze pro zaoblení hrany válečku R1 a následně byla přidána modifikace válečku R2. Při hledání vhodné geometrie nebylo cílem nalézt nejmenší možnou hodnotu smykového napětí v kontaktu, ale pouze nalézt geometrii, u které bude napětí rozložené po celé délce válečku a nevznikne hranové napětí (Obr. 16 dole). Z tohoto důvodu byly hodnoty R1 generovány po 0,2 mm a R2 po 500 mm. Vhodná geometrie ložiska se hledala pro jemnější síť z tabulek citlivostní analýzy. U jemnější sítě kontaktu byl výskyt hranového napětí věrohodnější. Výsledné geometrie ložisek pro následující výpočty jsou v Tab. 14.

Tab. 14 Geometrie valivého tělesa ložiska 1, 2 a 3

Parametr valivého tělesa	Varianta Ložiska 1	Varianta Ložiska 2	Varianta Ložiska 3
Zaoblení valivého tělesa R1 [mm]	0,3	0,1	0,3
Modifikace valivého tělesa R2 [mm]	8500	8000	19000



Obr. 16 Rozložení smykového napětí [MPa] v kontaktu valivého tělesa a vnitřního kroužku ložiska 1 pro váleček se zaoblením  $R1 = 0,3$  mm max. a bez modifikace (vlevo nahoře – levá část kontaktu), s modifikací válečku  $R2 = 1000$  mm (vpravo nahoře – pravá část kontaktu) a s vhodnou modifikací válečku  $R2 = 8500$  mm (dole)

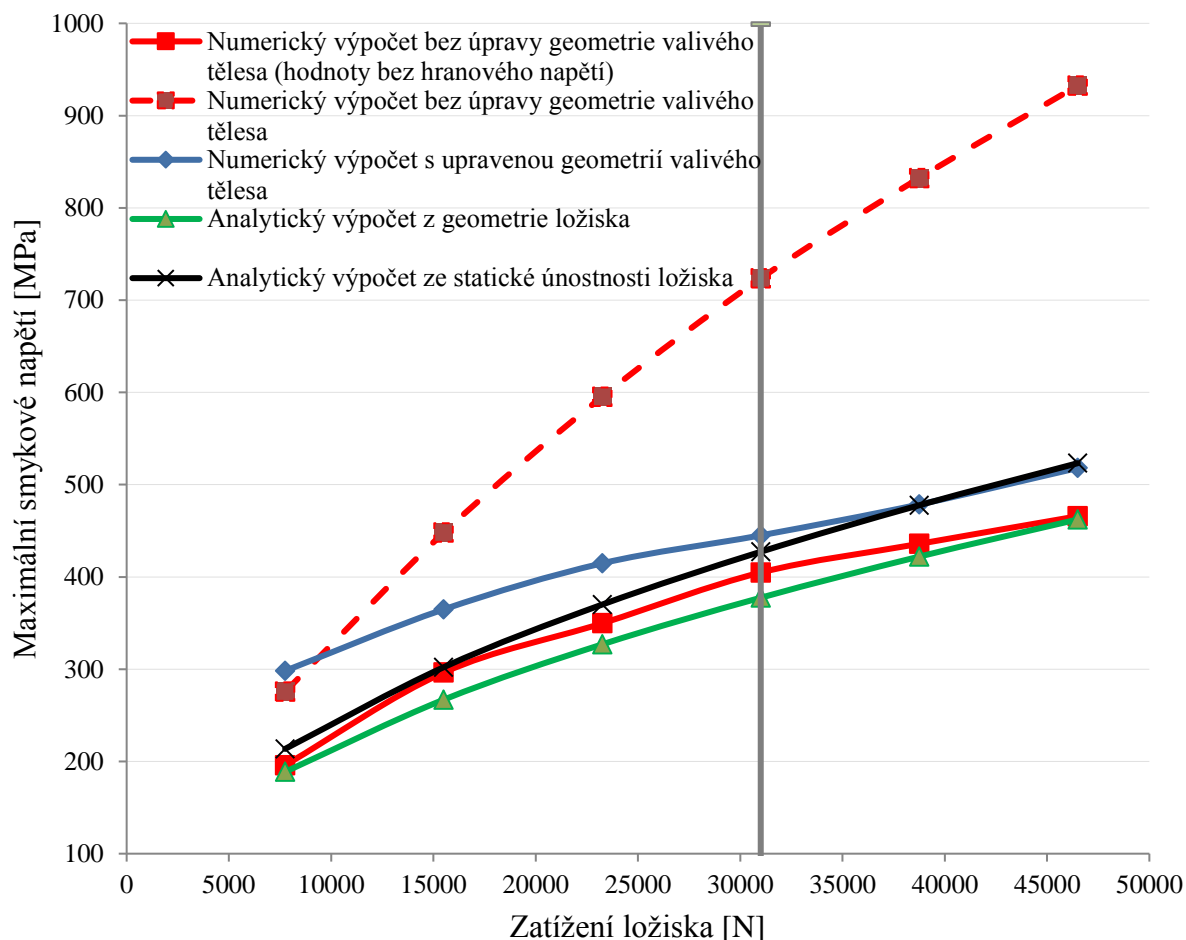
### 6.3 VÝPOČET MAXIMÁLNÍHO SMYKOVÉHO NAPĚTÍ PRO RŮZNÁ ZATÍŽENÍ

V Grafu 3 je porovnání numerického a analytického přístupu výpočtu maximálního smykového napětí pro variantu ložiska 1. Jako zatížení byly použity poměrné hodnoty mezního zatížení  $P_u$  ( $1/4 P_u$ ,  $1/2 P_u$ ,  $3/4 P_u$ ,  $1 P_u$ ,  $5/4 P_u$  a  $3/2 P_u$ ).

Z výsledků je patrné, že analytický výpočet z geometrie ložiska se shoduje s numerickým výpočtem bez modifikace válečku (se započítáním odchylky výpočtu z volby sítě výpočtového modelu) v případě zanedbání hranového napětí, které se u analytického výpočtu také neuvažuje. Při uvažování hranového napětí je toto napětí dominantní a se zatížením výrazně narůstá, proto není analytický přístup z geometrie ložiska zcela vhodný.

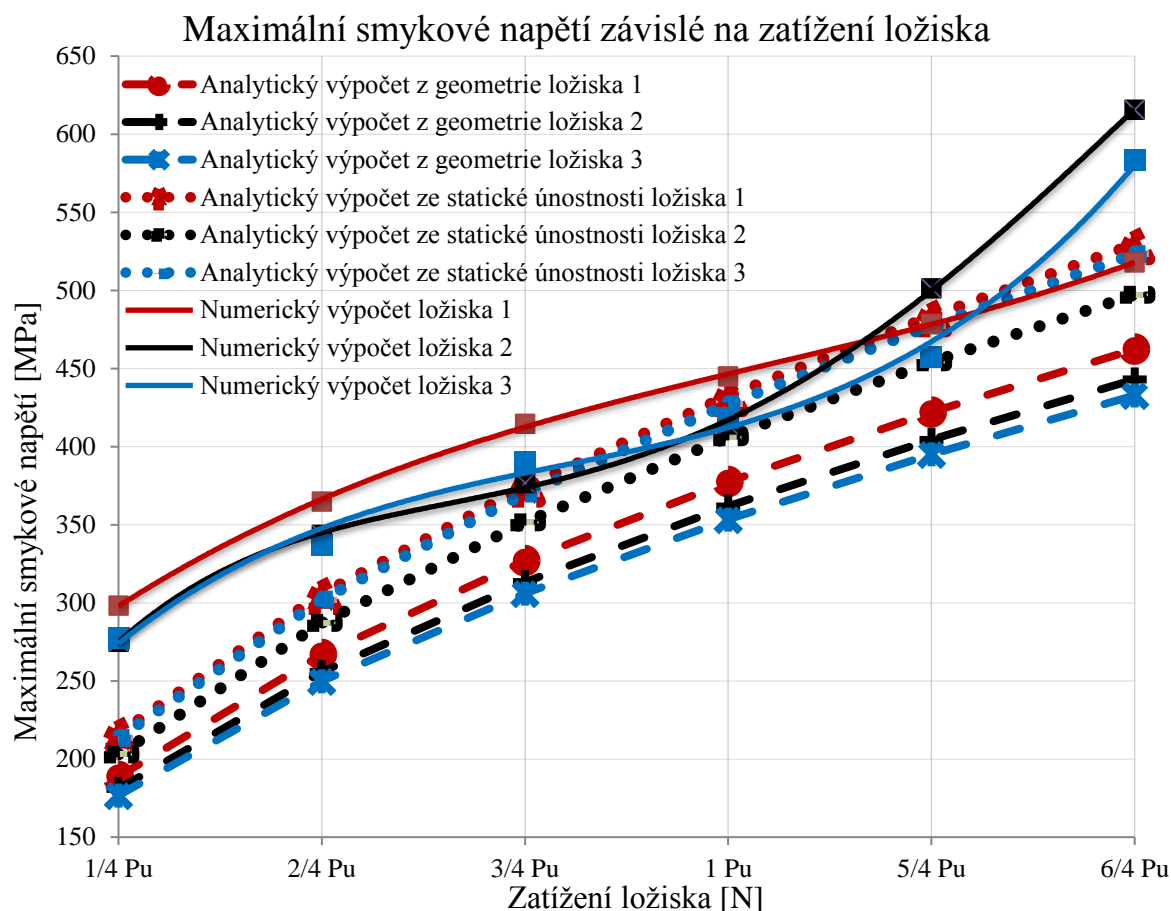
Vhodnější analytický přístup pro vystihnutí numerického výpočtu s upravenou geometrií je ze statické únosnosti ložiska, kde statická únosnost zahrnuje složitější geometrii ložiska. Hodnoty maximálního smykového napětí z numerického výpočtu se při mezním zatížení blíží k hodnotám z analytického výpočtu ze statické únosnosti.

## Maximální smykové napětí závislé na zatížení ložiska



Graf 3 Porovnání numerického a analytického výpočtu maximálního smykového napětí pro různá zatížení ložiska 1 (šedá osa y značí mezní zatížení  $P_u$ )

V následujícím Grafu 4 je porovnání maximálního smykového napětí na zatížení ložiska pro tři varianty ložisek s upravenou geometrií. Hodnoty maximálního smykového napětí z numerického výpočtu jsou obdobné hodnotám z analytického výpočtu ze statické únostnosti ložiska pro mezní unavové zatížení. Při větším zatížení se váleček více deformuje a dochází k nárůstu napětí na hraně válečku. V opačném případě při menším zatížení ložiska se napětí v kroužku nerozloží po celé délce válečku a dominantní napětí bude ve středu válečku. Napětí v ložisku bude nižší, ale nebude využita celá délka kontaktní plochy válečku. Z těchto zmíněných důvodů se smyková napětí výrazně liší od předpokladaných hodnot z analytického výpočtu. Navržená vnitřní geometrie bude vždy nejvhodnější pouze pro určité zatížení. V případě varianty ložiska 2 a 3 dochází při překročení mezního zatížení k hranovému napětí a výsledné maximální smykové napětí strmě stoupá.



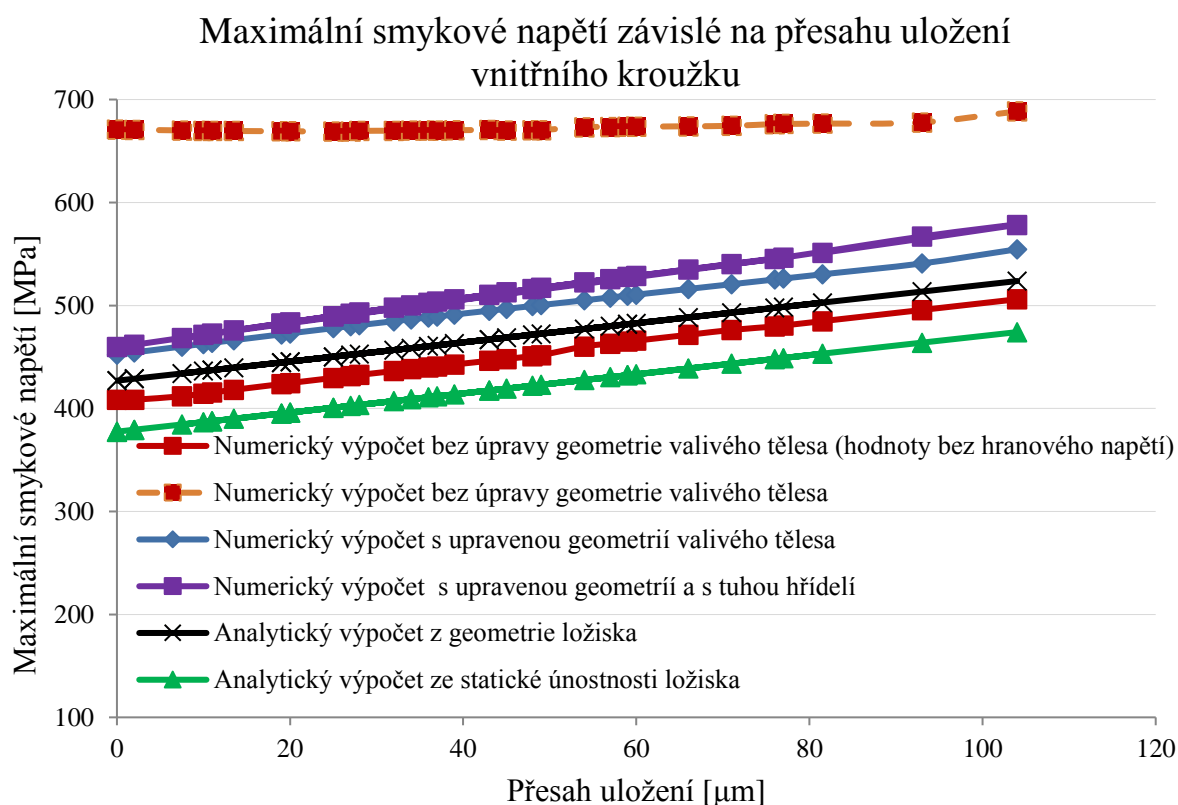
Graf 4 Porovnání analytického a numerického výpočtu závislosti maximálního smykového napětí na zatížení ložiska pro varianty ložisek 1, 2 a 3

## 6.4 PŘESAH ULOŽENÍ VNITŘNÍHO KROUŽKU

Varianta ložiska 1 byla počítána pro všechna doporučená uložení vnitřního kroužku na hřídeli bez ohledu na provozní podmínky a na velikost hřídele, z důvodu zjištění vlivu velikosti přesahu na maximální smykové napětí. Numerický výpočet maximálního smykového napětí včetně hoop napětí vlivem přesahu byl počítán u varianty ložiska 1 pro tři odlišné výpočetní modely:

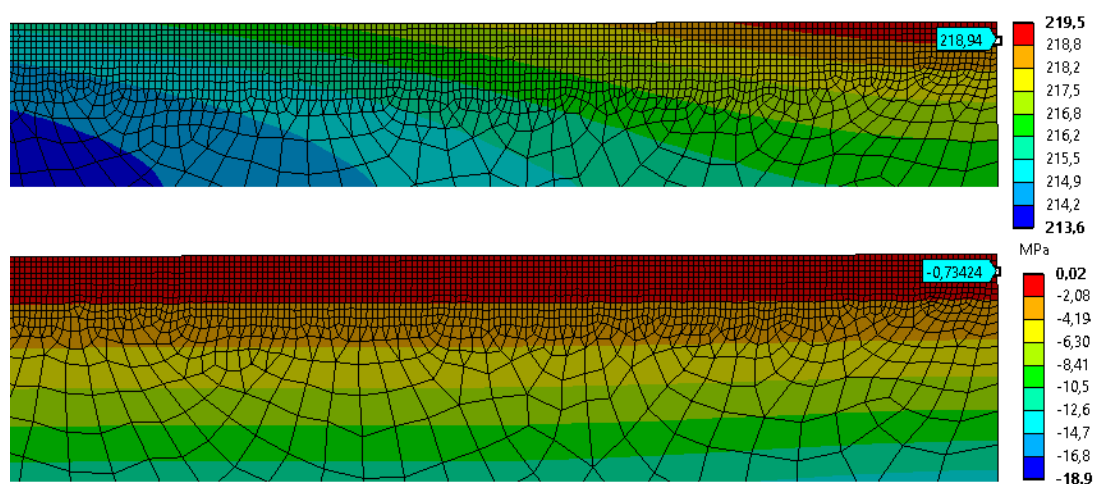
1. ložisko bez modifikace valivého tělesa a s elastickou hřídelí,
2. ložisko s modifikací valivého tělesa a s elastickou hřídelí,
3. ložisko s modifikací valivého tělesa a s tuhou hřídelí.

Nárůst smykového napětí vlivem přesahu uložení je pro numerický a analytický přístup téměř stejný. Hlavním nedostatkem analytického výpočtu je uvažování tuhé hřídele, která má významný vliv na nárůst smykového napětí. U numerického výpočtu s tuhou hřídelí je nárůst smykového napětí až o 15 % z celkového navýšení smykového napětí vlivem přesahu uložení vůči numerickému přístupu s elastickou hřídelí (Graf 5 modrá a fialová křivka).



Graf 5 Porovnání numerického a analytického výpočtu maximálního smykového napětí včetně hoop napětí závislého na přesahu uložení vnitřního kroužku na hřídeli pro variantu ložiska 1

Druhým nepatrným rozdílem je, že při změně geometrie válečku se změní vzdálenost působení maximálního smykového napětí od povrchu kontaktu, ale pouze o velmi malou hodnotu. Hoop napětí stoupá směrem ke středu kroužku, ale v porovnání se změnou polohy maximálního smykového napětí z příčiny změny geometrie válečku je rozdíl napětí zanedbatelný stejně jako rozdíl radiálního napětí vzniklého přesahem uložení. Přesahem uložení vzniká radiální napětí, které se směrem k vnějšímu průměru blíží k nule. Rozložení hoop a radiálního napětí je na Obr. 17, kde bod znázorňuje polohu maximálního smykového napětí, ve kterém bude působit po zatížení ložiska.

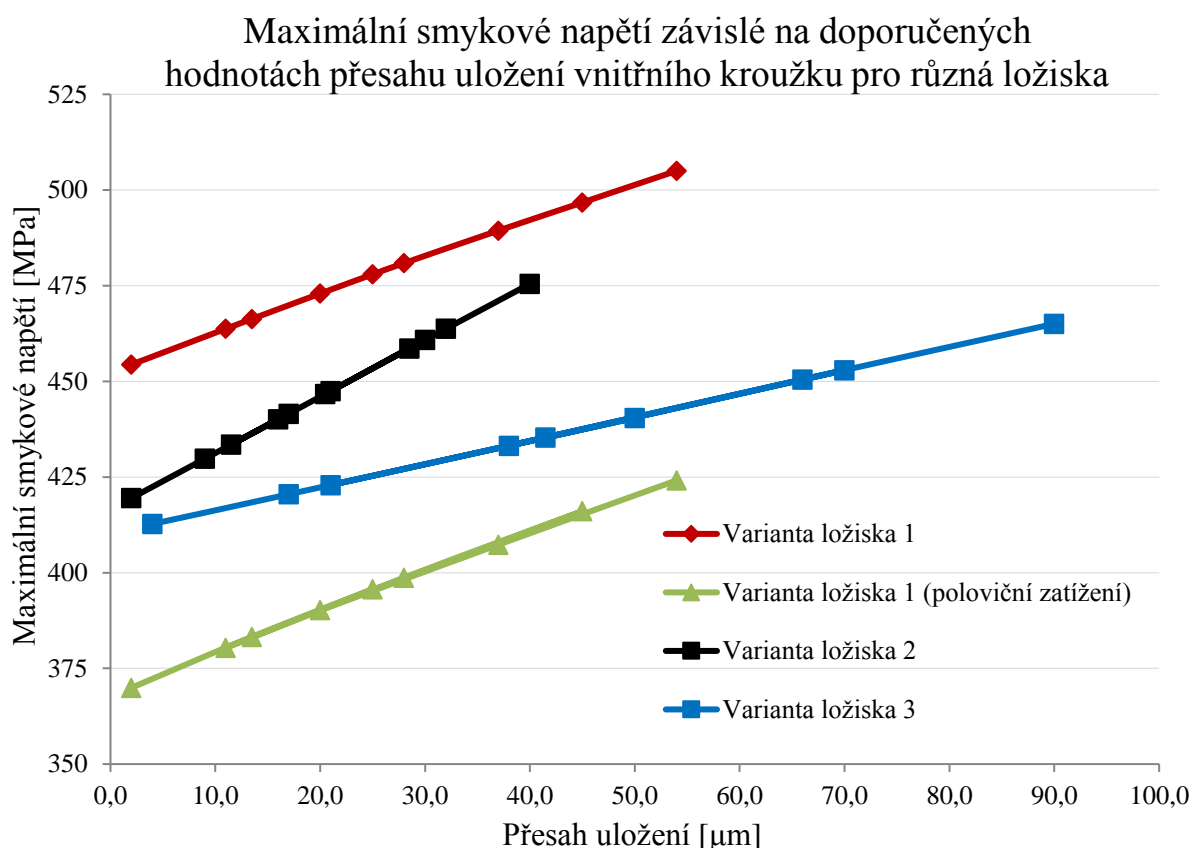


Obr. 17 Rozložení hoop napětí [MPa] (nahore) a radiálního napětí (dole) v jemné síti vnitřního kroužku po přesahu uložení  $52\mu\text{m}$  ložiska 1 bez zatížení

U válečku bez modifikace není maximální hodnota hranového napětí do určité velikosti přesahu uložení ovlivněna hoop napětím. Dále bylo potvrzeno, že vzdálenost působení maximálního smykového napětí pod povrchem se nemění se zvětšujícím se přesahem uložení.

Z Grafu 6 je patrné, že velikost zatížení nemá výrazný význam na nárůst smykového napětí vlivem přesahu uložení. Při polovičním zatížení je rozdíl nárůstu napětí vlivem přesahu o jednotky MPa větší. U analytického přístupu se napětí vlivem zatížení nemění. Velikost zatížení nepatrně ovlivní místo působení maximálního smykového napětí stejně jako v případě změny geometrie válečku. Se vzrůstajícím zatížením se místo maximálního smykového napětí posouvá směrem ke středu kroužku, ale změna je velmi malá.

Nárůst smykového napětí je pro doporučené hodnoty minimálního a maximálního přesahu uložení srovnatelný pro různé velikosti ložisek, tzn. že u většího rozměru ložiska bude nárůst napětí pozvolnější než u menšího rozměru ložiska. Rozměry ložiska, které mají vliv na nárůst napětí, jsou vnitřní a vnější průměr vnitřního kroužku.



Graf 6 Závislost maximálního smykového napětí na přesahu uložení pro ložisko 1 zatížené mezním zatížením  $P_u$  a  $1/2 P_u$ , ložiska 2 a 3 zatížená mezním zatížením

Přesahem uložení se vymezuje vnitřní vůle ložiska. Aby nevzniklo předpětí mezi kroužkem a valivými tělesy, musí být zvolena dostatečná vnitřní vůle. Při použití velké vnitřní vůle se zatížení nerozloží na všechna valivá tělesa, tudíž těleso ve směru zatěžování bude více namáháno. Vlivem vnitřní vůle na rozložení napětí v ložisku se zabývali Ing. Hana Rašovská [29] a Ing. Václav Šperka [30]. Hodnota přesahu uložení nevymezí vnitřní vůli o stejné velikosti, protože se kroužek deformuje. Hodnota radiální deformace vnějšího průměru



vnitřního kroužku je v Tab. 15 pro minimální, střední a maximální hodnotu přesahu u doporučených tolerancí. Na vnitřní vůli by dále měla vliv provozní teplota ložiska, při které bývá vnitřní kroužek více zahříván než vnější. Došlo by tedy k dalšímu zmenšení vnitřní vůle ložiska.

Tab. 15 Radiální deformace vnějšího průměru vnitřního kroužku vlivem přesahu kroužku na hřídeli pro varianty ložisek 1, 2 a 3

	Varianta ložiska 1			Varianta ložiska 2				Varianta ložiska 3		
Tolerance	k4	m6	n6	k4	k6	m5	n5	k4	m6	p6
Min. deformace [μm]	2	7	14	2	2	8	16	4	15	46
Střední deformace [μm]	9	21	29	11	15	19	26	19	38	64
Max. deformace [μm]	18	36	44	19	28	29	37	35	61	82

Tolerance uložení pro varianty ložisek 1 a 2 byly v rozmezí radiální vnitřní vůle C2, která má vnitřní vůli ložiska 10–50 μm pro průměr ložiska 1 (80 mm) a 10–40 μm pro průměr ložiska 2 (50 mm). U ložiska 3 by bylo vhodné volit pro toleranci p6 vnitřní vůli Normální s rozměrem 50–90 μm pro průměr ložiska 120 mm. Tyto hodnoty jsou jen orientační, záleželo by dále na provozních podmínkách. Radiální deformace kroužku je přibližně 90 až 92 % velikosti přesahu uložení a je stejná pro všechny hodnoty přesahu, protože byl zvolen lineárně elastický model materiálu [8].

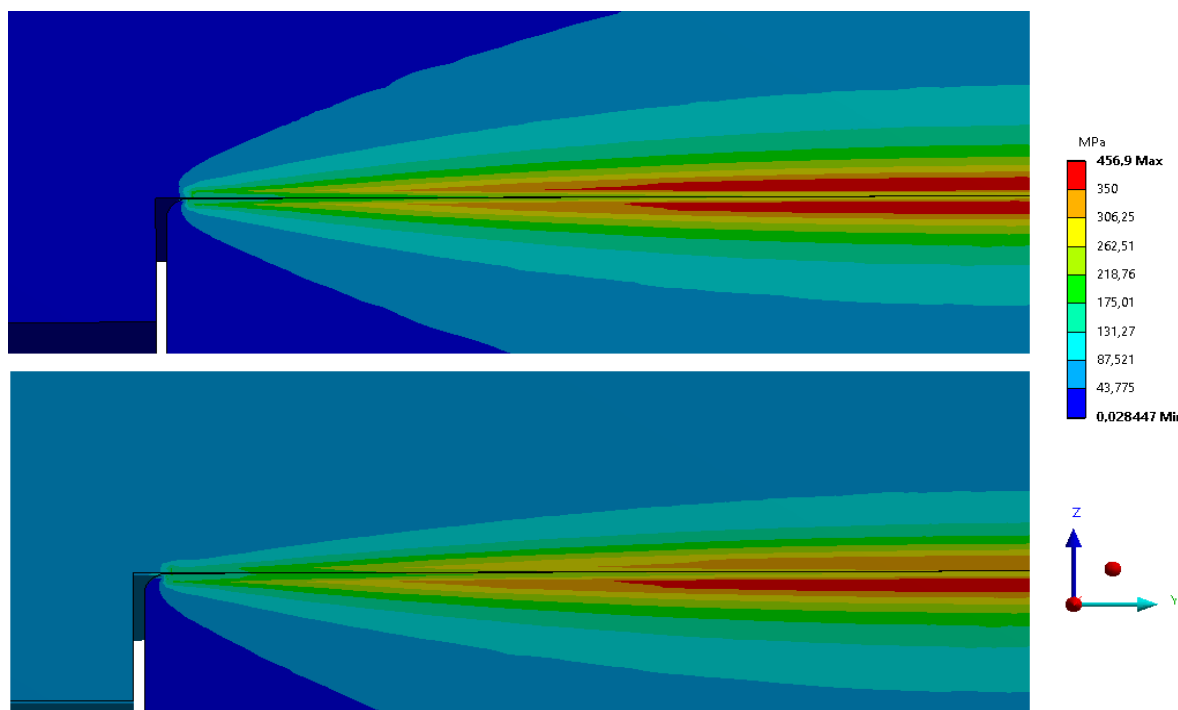
## 6.5 PŘESAH ULOŽENÍ VNĚJŠÍHO KROUŽKU

Přesah vnějšího kroužku v díře tělesa se realizuje při obvodovém zatížení kroužku. Pro určení závislosti maximálního smykového napětí na přesahu uložení byly použity doporučené tolerance pro různá zatížení. Vnitřní vůle v ložisku byla nulová po uložení s přesahem, jako v předchozím případě.

Přesahem vnějšího kroužku vzniká tangenciální tlakové napětí a snižuje se maximální smykové napětí pouze ve vnějším kroužku (Obr. 18). Zvyšováním přesahu se mění směr působení maximálního smykového napětí a v určité hodnotě přesahu se pokles napětí zastaví. V určitém rozmezí přesahu se maximální smykové napětí nemění a až při překročení tohoto rozsahu dojde k navyšování smykového napětí. Příkladem je ložisko 2 v Grafu 7, kde se pokles napětí zastaví na 315 MPa. U analyzovaných ložisek nedošlo k nárůstu maximálního smykového napětí pro doporučená uložení.

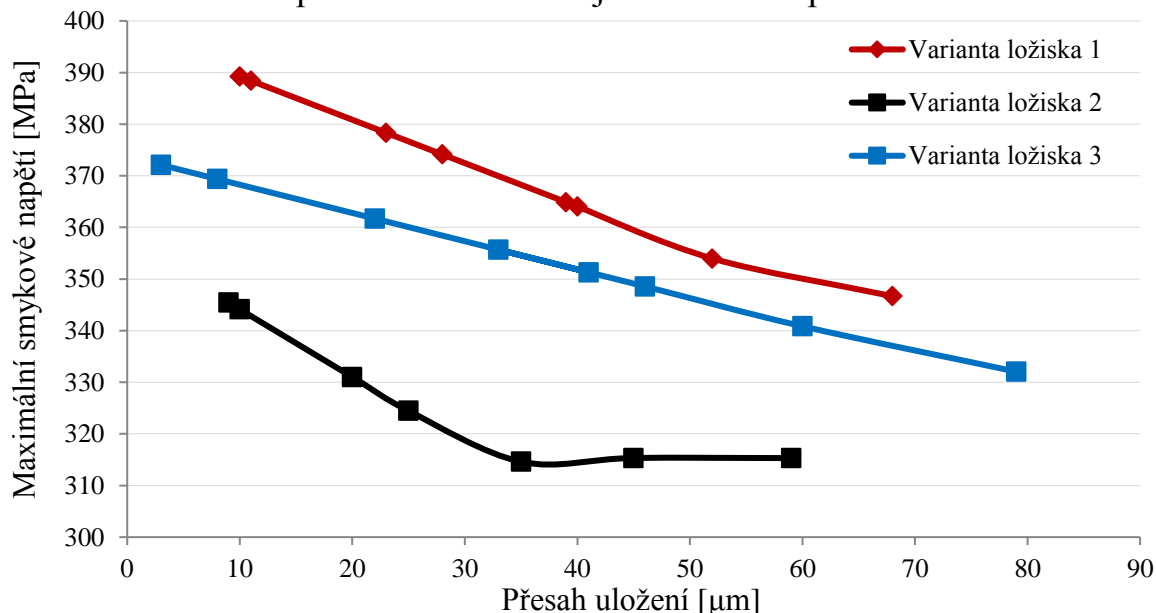
Stejně jako u přesahu vnitřního kroužku je pokles (nárůst u vnitřního kroužku) maximálního smykového napětí pozvolnější u většího ložiska než u ložiska menšího. Rozdíl minimálního a maximálního napětí je pro ložiska 1 a 3 srovnatelný.





Obr. 18 Pokles maximálního smykového napětí [MPa] vnějšího kroužku ložiska 1 bez přesahu (nahore) a s přesahem 78 µm (dole) vnějšího kroužku v díře tělesa

Maximální smykové napětí závislé na doporučených hodnotách přesahu uložení vnějšího kroužku pro různá ložiska



Graf 7 Závislost maximálního smykového napětí na přesahu uložení vnějšího kroužku u variant ložisek 1, 2 a 3 zatížené mezním zatížením

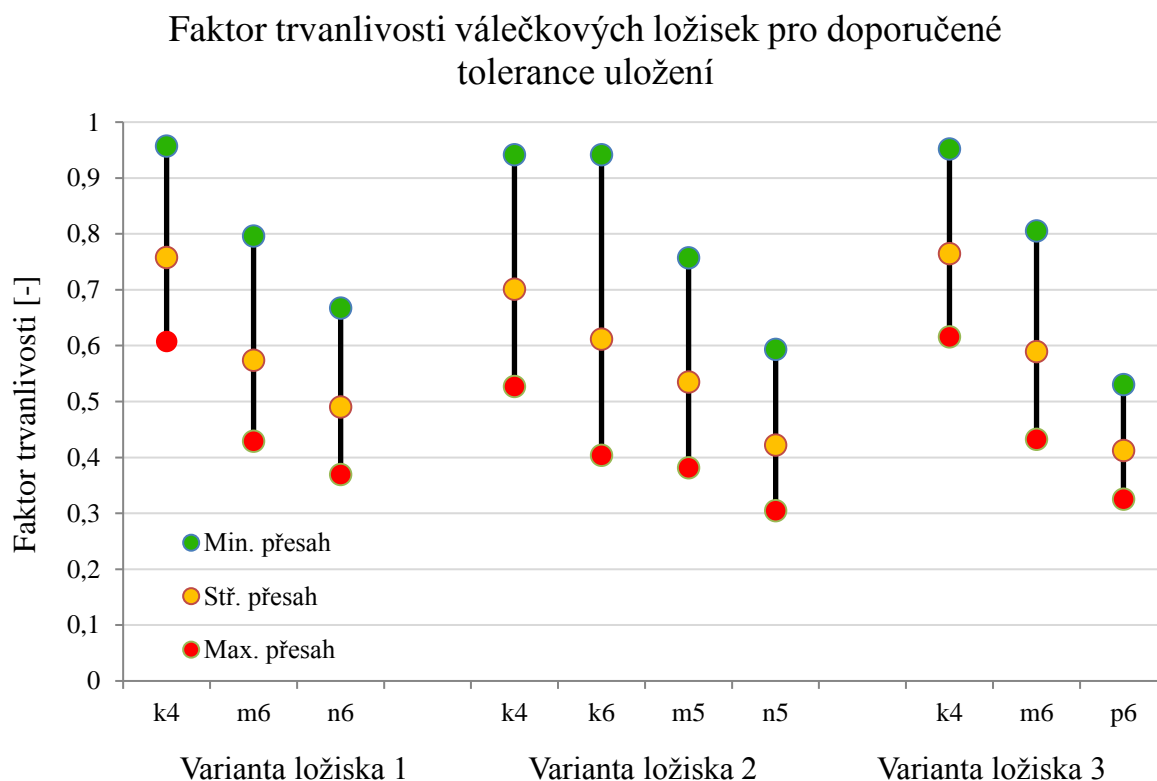
Radiální deformace vnitřního průměru vnějšího kroužku je v Tab. 16 pro minimální, střední a maximální přesah doporučených tolerancí uložení. Hodnoty deformace jsou pro tuhé uložení vnějšího kroužku, u kterého dojde k vymezení vnitřní vůle na 102 % velikosti přesahu. Při použití elastického uložení by vymezení vnitřní vůle bylo menší. Při uvažování pouze přesahu uložení vnějšího kroužku by vnitřní vůle s označením C2 stačila pro střední deformace kroužků.

Tab. 16 Radiální deformace vnitřního průměru vnějšího kroužku vlivem doporučeného přesahu kroužku v díře tělesa pro varianty ložisek 1, 2 a 3

	Varianta ložiska 1				Varianta ložiska 2				Varianta ložiska 3			
Tolerance	K7	M7	N7	P7	K7	M7	N7	P7	K7	M7	N7	P7
Min. deformace [ $\mu\text{m}$ ]	0	0	0	10	0	0	0	9	0	0	0	3
Střední deformace [ $\mu\text{m}$ ]	0	11	24	40	0	10	20	35	0	8	23	42
Max. deformace [ $\mu\text{m}$ ]	29	41	53	70	26	36	46	60	34	47	74	81

## 6.6 TRVANLIVOST VÁLEČKOVÉHO LOŽISKA PRO DOPORUČENÁ ULOŽENÍ

Pro výpočet trvanlivosti ložiska byl použit stejný přístup jako u analytického výpočtu valivého ložiska. Faktor trvanlivosti byl vypočten pro tři varianty ložisek s vhodnou vnitřní geometrií o různém tolerančním rozmezí přesahu vnitřního kroužku. Ložiska byla zatížena mezním únavovým zatížením, pro které je vhodné použít největší doporučenou třídu tolerance v Grafu 8. Při střední hodnotě přesahu uložení n6 dojde u varianty ložiska 1 ke snížení trvanlivosti o 51 %, u varianty ložiska 2 pro toleranci n5 o 58 % a u varianty ložiska 3 pro toleranci p6 o 59 % vůči ložisku bez přesahu uložení.



Graf 8 Závislost faktoru trvanlivosti na toleranci uložení vnitřního kroužku pro doporučené hodnoty uložení ložisek 1, 2 a 3

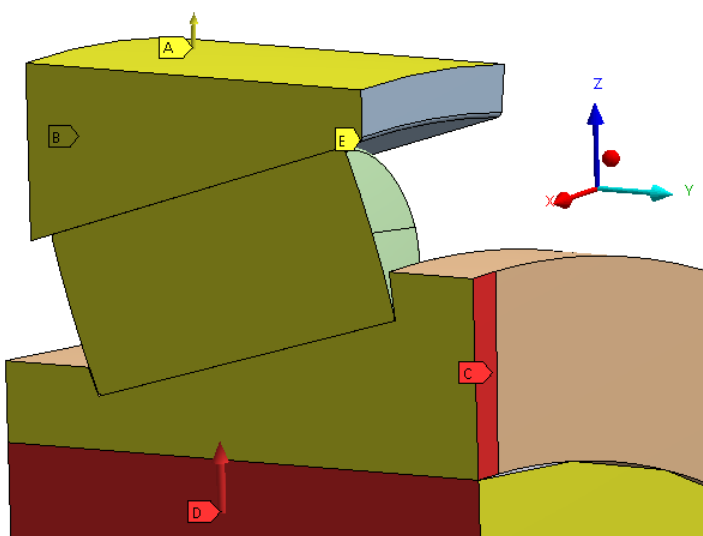
U přesahu uložení vnějšího kroužku dojde ke snížení napětí pouze ve vnějším kroužku a maximální smykové napětí ve vnitřním kroužku zůstane nezměněné, proto výsledná trvanlivost zůstane stejná. V případě, že by se trvanlivosti kroužků a valivého tělesa počítaly odděleně, došlo by k nárůstu trvanlivosti vnějšího kroužku a celková trvanlivost ložiska by byla vyšší.

## 7 NUMERICKÝ VÝPOČET KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA

Geometrie kuželíkového ložiska je oproti válečkovému ložisku výrazně složitější a analytický výpočet maximálního smykového napětí je komplikovaný a nelze jednoduše určit jeho místo působení. Z tohoto důvodu je numerický výpočet nezbytný pro výpočet zvýšeného smykového napětí vlivem přesahu uložení. Postup výpočtu kuželíkového ložiska byl analogický výpočtu válečkového ložiska. Výpočtový model se lišil okrajovými podmínkami a geometrií ložiska. Kontaktní vazby, síť modelu a nastavení analýzy probíhalo na stejném principu jako u válečkového ložiska. Analýza ložiska byla zaměřena na doporučené tolerance uložení vnitřního a vnějšího kroužku pro dvě různá zatížení.

### 7.1 OKRAJOVÉ PODMÍNKY KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA

S využitím symetrie ložiska lze použít pro výpočet polovinu ložiska. Model obsahoval pouze nejvíce zatížené kuželíkové těleso. V rovině symetrie byl zamezen součástem posun v ose  $x$ . Vnějšímu kroužku je zamezen posuv v ose  $y$  a  $z$  kvůli uložení ložiska v díře tělesa. Vnější kroužek je zatěžován radiální silou od hřídele a ekvivalentní axiální silou na výseči vnitřního kroužku označeným bodem C na Obr. 19. Z důvodů snížení kontaktních ploch byl hřídeli zamezen posuv v ose  $y$ , který je v reálném případě zapřen o vnitřní kroužek.



Obr. 19 Okrajové podmínky kuželíkového modelu

Zatížení ložiska, které bylo o velikosti mezního únavového zatížení  $P_u$ , bylo rozděleno na axiální a radiální složku podle úhlu kontaktní čáry vnějšího kroužku a valivého tělesa  $\alpha$ :

$$F_r = P_u \cos \alpha = 72000 \cdot \cos (18,33) = 68\,326 \text{ N} \quad (29)$$

$$F_a = P_u \sin \alpha = 72000 \cdot \sin (18,33) = 22\,653 \text{ N} \quad (30)$$

$F_a$	[N]	axiální zatížení ložiska
$\alpha$	[°]	úhel kontaktní čáry vnějšího kroužku

Z radiální a axiální síly bylo vypočteno ekvivalentní zatížení působící na nejvíce zatížené valivé těleso. Axiální zatížení bylo rozděleno na počet valivých těles a radiální zatížení bylo vypočteno pomocí rovnice (18) pro ložisko bez vnitřní vůle. Na model byly použity poloviční hodnoty těchto zatížení z důvodu polovičního modelu ložiska.

$$Q_r = \frac{4,08 \cdot 68\,326}{44 \cdot 2} = 3168 \text{ N} \quad (31)$$

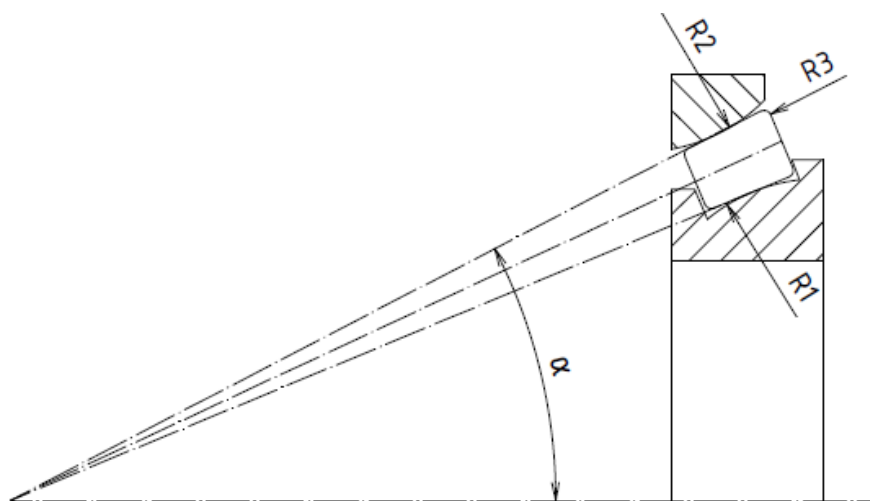
$$Q_a = \frac{F_a}{44 \cdot 2} = \frac{22\,652}{44 \cdot 2} = 257 \text{ N} \quad (32)$$

$Q_r$  [N] radiální zatížení segmentu ložiska

$Q_a$  [N] axiální zatížení segmentu ložiska

## 7.2 GEOMETRIE KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA

Z důvodu absence geometrie ložiska musela být vytvořena vlastní geometrie. Pro návrh vhodné geometrie byl využit parametrický model kuželíkového ložiska. K zamezení hranového napětí byly oběžné dráhy kroužků modifikovány a byly zaobleny hrany kuželíku. Na Obr. 20 je označen rádius modifikace vnitřního kroužku R1, vnějšího kroužku R2 a zaoblení válečku R3. Dále muselo být zajištěno správné odvalování valivého tělesa, proto se kontaktní čáry a osy rotace valivého tělesa a kroužků musely protínat v jednom bodě.

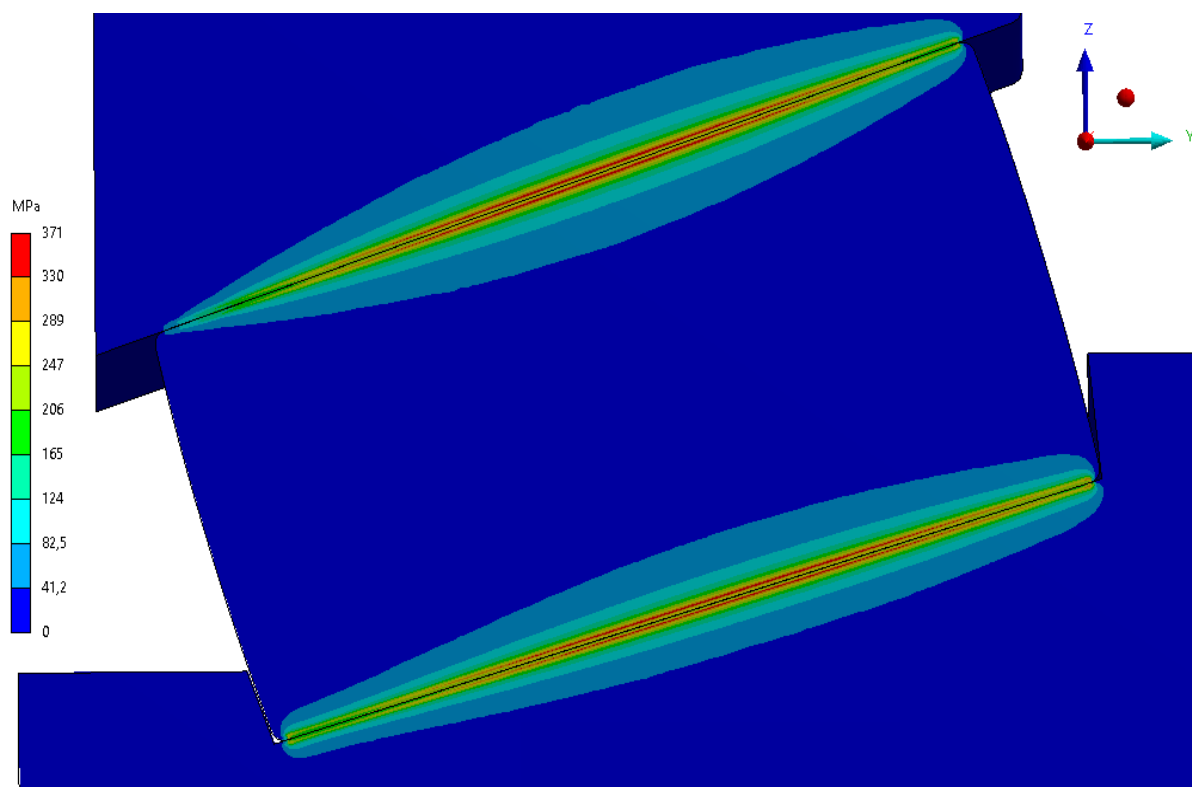


Obr. 20 Schéma kuželíkového ložiska

Vhodná vnitřní geometrie pro zatěžování ložiska mezním zatížením  $P_u$  je v Tab. 17, kde je napětí rozloženo po celé délce valivého tělesa a nevzniká hranové napětí (Obr. 21). Hodnoty rádiusu vnějšího a vnitřního kroužky byly voleny po 500 mm a zaoblení po 0,2 mm obdobně jako u válečkového tělesa.

Tab. 17 Vnitřní geometrie kuželíkového ložiska

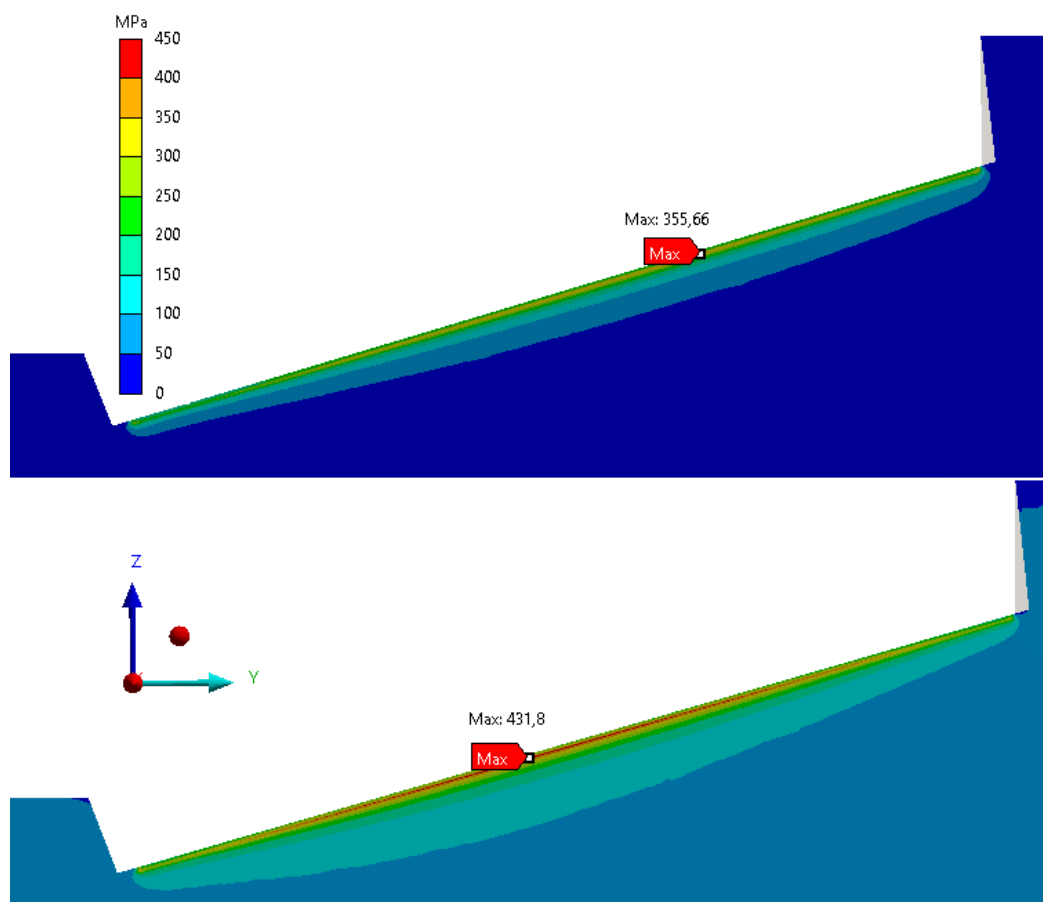
Parametr kuželíkového ložiska	
Modifikace vnitřního kroužku R1 [mm]	19000
Modifikace vnějšího kroužku R2 [mm]	25000
Zaoblení valivého tělesa R3 [mm]	0,7



Obr. 21 Rozložení maximálního smykového napětí [MPa] v kontaktu kuželíkového ložiska s vhodnou geometrií valivého tělesa a oběžných drah kroužku

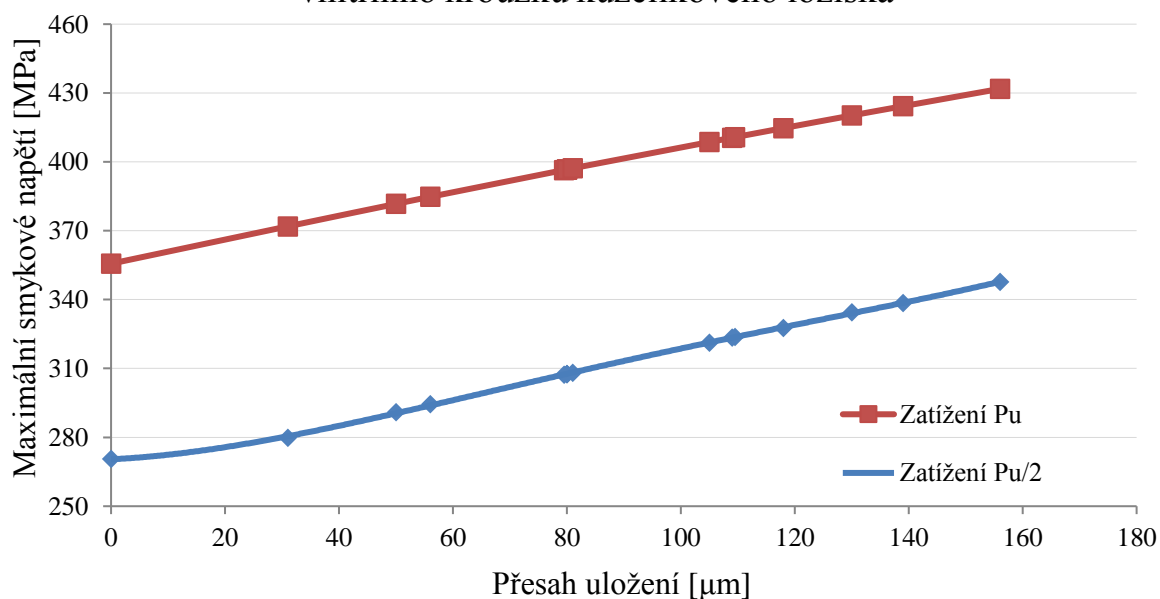
### 7.3 PŘESAH ULOŽENÍ VNITŘNÍHO KROUŽKU

Hoop napětí vzniklé přesahem uložení se zvětšuje od vnějšího průměru vnitřního kroužku k vnitřnímu průměru. V případě kuželíkového ložiska je kontaktní čára pod úhlem a hoop napětí ovlivňuje větší měrou napětí pod kontaktní plochou kuželíku blíže ke středu ložiska (Obr. 22). Maximální smykové napětí mění polohu se vzrůstajícím přesahem uložení. Hlavní parametr, který způsobí velikost změny polohy působení maximálního smykového napětí, je zvětšující se úhel mezi kontaktní čarou vnitřního kroužku s valivým tělesem a osou otáčení ložiska. Velikost změny polohy maximálního smykového napětí dále závisí na kontaktní geometrii a na velikosti zatížení. V případě, že bude při zatížení ložiska rovnoměrně rozložené napětí ve vnitřním kroužku pod kontaktem, bude změna polohy působení maximálního smykového napětí vlivem přesahu uložení výraznější.



Obr. 22 Změna polohy a velikost maximálního smykového napětí [MPa] vnitřního kroužku kuželíkového ložiska bez přesahu (nahore) a s přesahem 156  $\mu\text{m}$  (dole) vnitřního kroužku na hřídeli

### Maximální smykové napětí závislé na přesahu uložení vnitřního kroužku kuželíkového ložiska

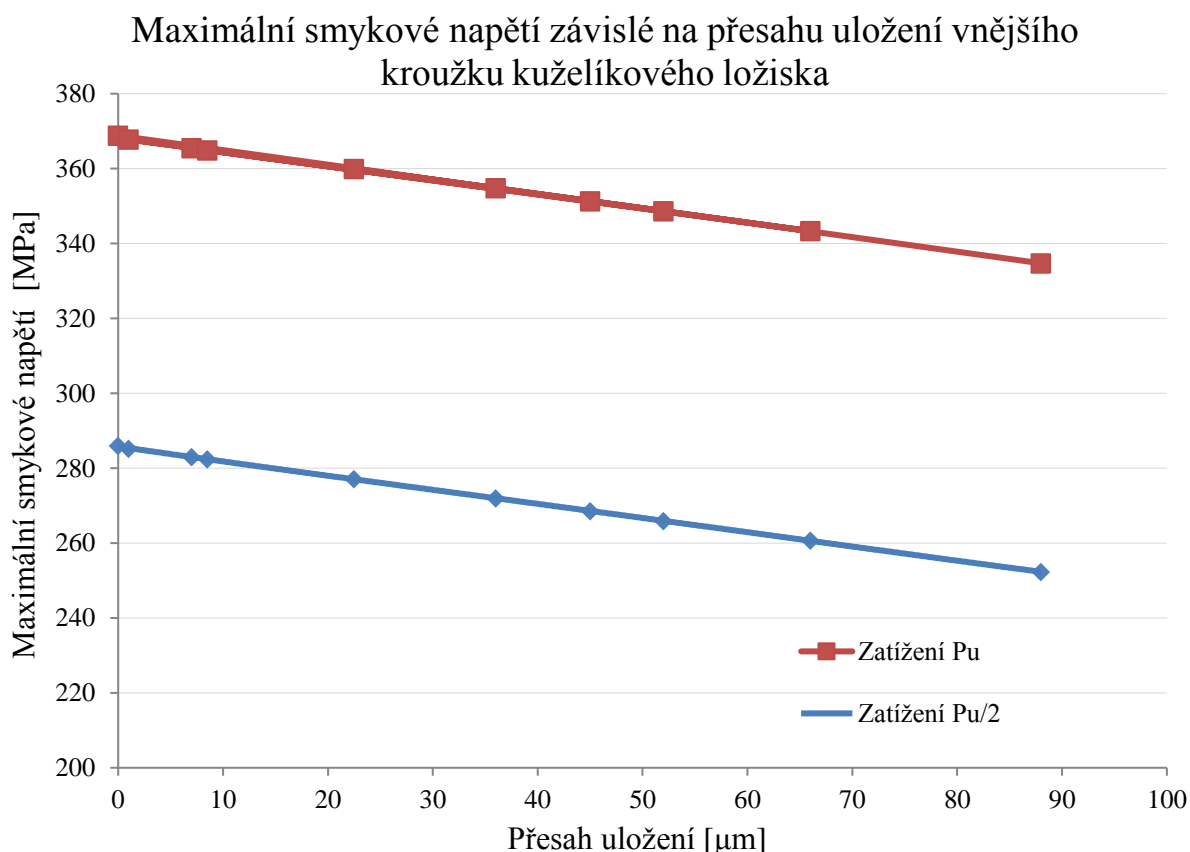


Graf 9 Závislost maximálního smykového napětí na přesahu uložení vnitřního kroužku kuželíkového ložiska pro zatížení  $P_u$  a  $P_u/2$

V Grafu 9 je průběh maximálního smykového napětí závislého na přesahu uložení pro mezní zatížení a v druhém případě pro poloviční zatížení. Nárůst napětí vlivem přesahu je nepatrně vyšší u mezního zatížení, kde je změna polohy maximálního smykového napětí větší než u polovičního zatížení. Pro doporučenou střední toleranci uložení  $r_6$  (109,5  $\mu\text{m}$ ) dojde k nárůstu napětí o 55 MPa, tj. o 15 %.

## 7.4 PŘESAH ULOŽENÍ VNĚJŠÍHO KROUŽKU

Přesahem vnějšího kroužku v díře tělesa vzniká tangenciální tlakové napětí ve vnějším kroužku, které snižuje maximální smykové napětí obdobně jako u válečkového ložiska. Tangenciální napětí se zmenšuje směrem k vnějšímu průměru ložiska, proto je méně ovlivněno smykové napětí pod kontaktem kuželíkového tělesa blíže vnějšímu průměru ložiska. Z toho plyne, že maximální smykové napětí mění polohu v závislosti na velikosti přesahu uložení. Jedná se o stejný princip jako u přesahu vnitřního kroužku, ale účinek přesahu je opačný. Pro doporučenou střední toleranci uložení P7 (45  $\mu\text{m}$ ) dojde k poklesu napětí o 17 MPa, tj. o 7 %. V Grafu 10 ze závislosti maximálního smykového napětí na přesahu uložení vnějšího kroužku, kde je pokles napětí pro dvě různá zatížení obdobný.

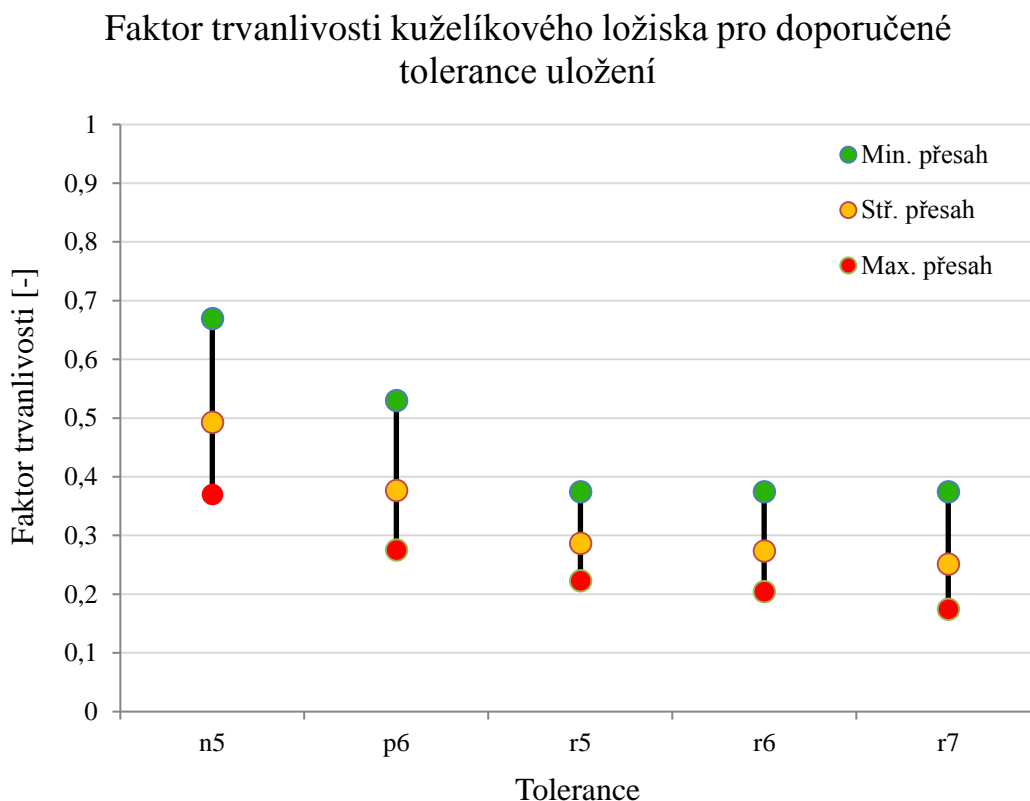


*Graf 10 Závislost maximálního smykového napětí na přesahu uložení vnějšího kroužku kuželíkového ložiska pro zatížení  $P_u$  a  $P_u/2$*



## 7.5 TRVANLIVOST KUŽELÍKOVÉHO LOŽISKA PRO DOPORUČENÉ TOLERANCE

Výpočet trvanlivost ložiska byl použit stejný jako u válečkového ložiska. Trvanlivost je ovlivněna pouze při přesahu vnitřního kroužku na hřídeli. V Grafu 11 je faktor trvanlivosti pro doporučené tolerance uložení. Doporučená tolerance pro mezní únavové zatížení  $P_u$  je r6, u které je pro střední přesah uložení trvanlivost ložiska snížena na 27 % vůči ložisku bez přesahu uložení. Zvýšením stupně přesnosti tolerance se zvýší trvanlivost o 1,3 %.



Graf 11 Závislost faktoru trvanlivosti ložiska na toleranci uložení vnitřního kroužku pro doporučené hodnoty uložení kuželíkového ložiska

## ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo zjištění vlivu přesahu uložení na živostnost valivého ložiska. Vliv přesahu byl analyzován na válečkovém a kuželíkovém ložisku, kdy byla uvažována nulová vnitřní vůle po montáži ložiska. Válečkové ložisko bylo řešeno numericky a výpočet byl ověřen analytickým výpočtem. Pro kuželíkové ložisko byl použit pouze numerický přístup z důvodu složité geometrie. Válečkové a kuželíkové ložisko bylo řešeno pomocí MKP v programu ANSYS Workbench.

V prvním kroku byl vytvořen analytický program pro výpočet maximálního smykového napětí válečkového ložiska, které se nacházelo pod povrchem kontaktu valivého tělesa a vnitřního kroužku. Maximální smykové napětí bylo vypočítáno dvěma způsoby, a to z geometrie ložiska a ze statické únosnosti ložiska. Následně byla zjištěna změna smykového napětí vlivem přesahu vnitřního kroužku na hřídeli. Velikost přesahu uložení byla určena z doporučených tolerancí uložení pro různé provozní podmínky. Přesahem uložení vzniká v kroužku hoop napětí, které zvyšuje maximální smykové napětí. Z výsledků byla zjištěna lineární závislost nárůstu maximálního smykového napětí na přesahu uložení vnitřního kroužku na hřídeli.

V druhém kroku bylo válečkové ložisko řešeno numericky. Z důvodu vzniku hranového napětí při zatěžování valivého tělesa byl vytvořen parametrický model ložiska, který sloužil pro návrh vhodné kontaktní geometrie ložiska. Analytický výpočet z geometrie ložiska neuvažuje vznik hranového napětí, proto jsou výsledky napětí značně odlišné a výpočet není zcela vhodný. Vhodnější analytický přístup, který lépe vystihuje numerický výpočet ložiska s upravenou geometrií, je ze statistické únosnosti ložiska.

Vliv přesahu uložení byl v numerické části rozdělen do dvou částí. V první části se řešil přesah vnitřního kroužku na hřídeli a v druhé části přesah vnějšího kroužku v díře tělesa. Byla potvrzena lineární závislost maximálního smykového napětí na přesahu uložení vnitřního kroužku. Analytické vztahy uvažují tuhou hřídel a dále předpokládají, že místo působení maximálního smykového napětí zůstane nezměněné. Numerickým výpočtem bylo zjištěno, že při uvažování tuhé hřídele je nárůst smykového napětí vlivem přesahu o 15 % větší než u výpočtu s elastickou hřídelí. Druhý předpoklad analytického výpočtu nemá velký vliv na změnu maximálního smykového napětí u válečkového ložiska. Změna kontaktní geometrie nebo změna zatížení nepatrně ovlivní hloubku maximálního smykového napětí, ale rozdíl hoop a radiálního napětí je v takto malé změně zanedbatelný.

Přesahem vnějšího kroužku v díře tělesa vzniká ve vnějším kroužku tangenciální tlakové napětí, které snižuje maximální smykové napětí ve vnějším kroužku. Vlivem přesahu uložení se mění směr působení maximálního smykového napětí a při překročení určité hodnoty přesahu uložení dojde ke zvýšení maximálního smykového napětí. Nárůst maximálního smykového napětí vnějšího kroužku nebyl pro doporučené tolerance uložení prokázán.

Z maximálního smykového napětí včetně hoop napětí vlivem přesahu byly určeny trvanlivosti ložisek pro doporučená uložení. Trvanlivost byla určena pomocí faktoru trvanlivosti, který udává trvanlivost ložisek s přesahem uložení vůči ložisku bez přesahu uložení. V případě uložení s přesahem vnitřního kroužku byl nárůst napětí v kroužku dominantní pro celé ložisko a pro střední hodnoty doporučeného přesahu uložení byl pokles trvanlivosti o 51–59 % u třech variant válečkových ložisek. Toleranční pole uložení má významný vliv na výslednou trvanlivost ložiska, proto by bylo vhodné používat vyšší stupeň přesnosti. U počítaných

válečkových ložisek bylo zjištěno, že zvýšením stupně přesnosti se zvýší střední trvanlivost o 2–3 %.

V případě uložení vnějšího kroužku s přesahem dojde ke snížení smykového napětí ve vnějším kroužku, ale maximální smykové napětí ve vnitřním kroužku zůstane nezměněné a trvanlivost ložiska zůstane stejná. Vhodné by bylo použít pro tento případ trvanlivost ložiska, která rozděluje trvanlivost vnějšího kroužku, vnitřního kroužku a valivého tělesa, kde by došlo k nárůstu trvanlivosti vnějšího kroužku, a tím pádem i celého ložiska. Nevýhodou tohoto přístupu je nutnost znát trvanlivosti jednotlivých komponentů ložiska.

U kuželíkového ložiska nelze použít analytický přístup pro výpočet maximálního smykového napětí včetně hoop napětí vlivem přesahu vnitřního kroužku na hřídeli z důvodu složité kontaktní geometrie. V případě kuželíkového ložiska se místo působení maximálního smykového napětí mění v závislosti na přesahu uložení. Příčinou je, že kontaktní čára valivého tělesa a vnitřního kroužku svírá úhel s osou rotace ložiska a hoop napětí ovlivní větší měrou kontaktní napětí blíže ke středu ložiska. V případě uložení vnějšího kroužku s přesahem vzniká tangenciální tlakové napětí, které snižuje maximální smykové napětí. Tangenciální tlakové napětí ovlivní méně kontaktní napětí blíže k vnějšímu průměru ložiska. U kuželíkového ložiska byl zjištěn pokles trvanlivosti o 73 % pro doporučenou toleranci uložení vnitřního kroužku vůči ložisku bez přesahu uložení.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] SHIGLEY, Joseph Edward, MISCHKE, Charles R. a BUDYNAS, Richard G. (ed.). *Konstruování strojních součástí*. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTUM, 2010. 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0
- [2] FRÖHLICH, Jan. *Technika uložení s valivými ložisky*. 2. upr. vyd. Praha: SNTL, 1980. 448 s.
- [3] ŠUŠOLÍK, Oto. *Valivé ložiská*. Bratislava: Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry, 1964, 278 s.
- [4] FROHLICH, Jan. *Valivá ložiska ZKL*. 3. opr. vyd. Praha: SNTL, 1980, 233 s.
- [5] HARRIS, Tedric A. *Rolling bearing analysis*. 4. ed. New York: John Wiley, 2001, 1086. s. ISBN 0-471-35457-0
- [6] PATOČKA, Václav a Jaroslav KOCH. *Valivá ložiska ZKL*. 2. vyd. Praha: SNTL, 1968, 279 s.
- [7] SKF Vehicle aftermarket. *Tapered roller bearings* [online]. [cit. 2018-04-14]. Dostupné z: <https://www.vsm.skf.com/us/en/product-assortment/automotive/drivetrain/ballbearings>
- [8] SKF. *Hlavní katalog SKF* [online]. 2007. 1129 s. [cit. 2018-03-02] Dostupné z: [https://www.arkov.cz/getattachment/4c979758-64b2-4b17-88d6-afb03ab3a85b/Hlavni-katalog-SKF-\(CZ\)](https://www.arkov.cz/getattachment/4c979758-64b2-4b17-88d6-afb03ab3a85b/Hlavni-katalog-SKF-(CZ))
- [9] ISO 281:2007. *Rolling bearings – Dynamic load ratings and rating life*. 2. ed. Geneva: International Organization for Standardization, 2007. 51 s.
- [10] OSWALD, Fred B., Erwin V. ZARETSKY a Joseph V. POPLAWSKI. Interference-Fit Life Factors for Roller Bearings. *Tribology Transactions* [online]. Taylor, 2009, 52(4), 415-426 [cit. 2018-03-16]. DOI: 10.1080/10402000802687890. ISSN 1040-2004
- [11] WARDA, Bogdan a Agnieszka CHUDZIK. *Fatigue life prediction of the radial roller bearing with the correction of roller generators*. International Journal of Mechanical Sciences [online]. Elsevier, 2014, 89, 299-310 [cit. 2018-04-11]. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.09.015. ISSN 0020-7403
- [12] OSWALD, Fred B., Erwin V. ZARETSKY a Joseph V. POPLAWSKI. Relation Between Residual and Hoop Stresses and Rolling Bearing Fatigue Life. *Tribology Transactions* [online]. Taylor, 2014, 57(4), 749-765 [cit. 2018-03-16]. DOI: 10.1080/10402004.2014.903325. ISSN 1040-2004
- [13] ZARETSKY, Erwin V., Joseph V. POPLAWSKI a Lawrence E. ROOT. Reexamination of Ball-Race Conformity Effects on Ball Bearing Life. *Tribology Transactions* [online]. Taylor, 2007, 50(3), 336-349 [cit. 2018-04-10]. DOI: 10.1080/10402000701429147. ISSN 1040-2004

- [14] OSWALD, Fred B., Erwin V. ZARETSKY a Joseph V. POPLAWSKI. Interference-Fit Life Factors for Ball Bearings. *Tribology Transactions* [online]. Taylor, 2010, 54(1), 1-20 [cit. 2018-02-04]. DOI: 10.1080/10402004.2010.512428. ISSN 1040-2004
- [15] ZARETSKY, E. V. a H. H. COE. *Effect on interference fits on roller bearing fatigue life - NASA-TM-87165* [online]. 1986. 24 s [cit. 2018-03-16]. Dostupné z: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19860010145.pdf>
- [16] DAMBAUGH, Gabriel F. *Fatigue Considerations of High Strength Rolling Bearing Steels* [online]. 2006 [cit. 2018-03-08]. Dostupné z: <http://www.simulia.com/download/scc-papers/Industrial/fatigue-considerations-high-strength-rolling-bear-2006-F.pdf>
- [17] PETRUŠKA, Jindřich. *Počítačové metody mechaniky II* [online]. 96 [cit. 2018-02-17]. Dostupné z: [http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/index.php?option=com\\_content&task=view&id=79&Itemid=37](http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/index.php?option=com_content&task=view&id=79&Itemid=37)
- [18] NOVOTNÝ, Pavel. *Numerické metody a metoda konečných prvků* (přednáška). Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. Studijní opory
- [19] PETRUŠKA, J. a J. Burša, *Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. [online]. [cit. 2013-02-13]. Dostupné z: [http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/index.php?option=com\\_content&task=view&id=46&Itemid=37](http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/index.php?option=com_content&task=view&id=46&Itemid=37)
- [20] NOVOTNÝ, Pavel. *Valivá ložiska* (přednáška). Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. Studijní opory
- [21] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical Structural Nonlinearities* [online]. ©2010, 12. 2010. [cit. 2018-03-11] Dostupné z: [http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Labs/1301\\_ENME442\\_lab6\\_lecture.pdf](http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Labs/1301_ENME442_lab6_lecture.pdf)
- [22] ANSYS, Inc., *ANSYS Workbench 18.1 Help*
- [23] ANSYS, Inc. *ANSYS contact - Penalty vs. Lagrange* [online]. ©2004 [cit. 2018-03-10]. Dostupné z: [https://www.civ.cvut.cz/.../ansys.../Erke\\_Wang-Ansys\\_Contact.ppt](https://www.civ.cvut.cz/.../ansys.../Erke_Wang-Ansys_Contact.ppt)
- [24] Lucefin. *1.3505 – 100Cr6* [online]. [cit. 2018-03-08]. Dostupné z: [http://www.lucefin.com/wp-content/files\\_mf/1.3505100cr6.pdf](http://www.lucefin.com/wp-content/files_mf/1.3505100cr6.pdf)
- [25] LEINVEBER, Jan, Pavel VÁVRA a Jaroslav ŘASA. *Strojnické tabulky*. 3. uprav. a dopl. vyd. Praha: Scientia, 1999, 911 s. ISBN 80-7183-164-6
- [26] SKF. *Drive systém bearing* [online]. 2015. 1129 s. [cit. 2018-03-08] Dostupné z: [http://www.skf.com/binary/68-57753/10406\\_2-EN---Drive-system-bearings---Preferred-range-Oct-15.pdf](http://www.skf.com/binary/68-57753/10406_2-EN---Drive-system-bearings---Preferred-range-Oct-15.pdf)
- [27] MYATT, Donald Joseph. *Machine design: an introductory text*. McGraw-Hill, 1962
- [28] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical Introduction to Structural Nonlinearities* [online]. ©2013, 16. 7. 2014. [cit. 2018-03-10]. Dostupné z: [http://www.cadfamily.com/download-pdf/ANSYS\\_Nonlinear/Mech\\_SNL\\_15.0\\_L03\\_Contact.pdf](http://www.cadfamily.com/download-pdf/ANSYS_Nonlinear/Mech_SNL_15.0_L03_Contact.pdf)

- [29] RAŠOVSKÁ, H. *Vliv montážní vůle u radiálního kuličkového ložiska na napjatost a deformaci*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 59 s.
- [30] ŠPERKA, V. *Vliv podstatných parametrů na velikost radiální vůle a deformačně napěťové stavy v kuličkovém ložisku*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 73 s.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$(L_{10})_h$	[ot.]	modifikovaná trvanlivost ložiska
$(\tau_{\max})_h$	[MPa]	maximální smykové napětí včetně vlivu hoop napětí
$a$	[-]	mocnitel podle tvaru vnitřního kontaktu (bodový $a = 3$ , čárový $a = 10/3$ )
$a_1$	[ot.]	součinitel spolehlivosti
ABMA		American Bearing Manufacturers Association
$a_{ISO}$	[kN]	součinitel modifikované trvanlivosti
ANSI		American National Standards Institute
B, R	[-]	geometrické konstanty
C	[kN]	základní dynamická únosnost ložiska
c	[-]	napěťový exponent trvanlivosti
$C_o$	[N]	statická únosnost
d	[mm]	průměr valivého tělesa
D	[mm]	vnější průměr vnitřního kroužku ložiska
$D_s$	[mm]	průměr hřídele
e	[-]	exponent Weibullova rozdělení
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
<b>F</b>		celková matice zatížení
$F_a$	[N]	axiální zatížení ložiska
$F_r$	[N]	radiální zatížení ložiska
$g_N$		normálová penetrace těles
$g_T$		tečná penetrace těles
HMH		Huber, von Mises, Hencky
k	[MPa]	konstanta kontaktního napětí
<b>K</b>		celková matice tuhosti
$K_2$	[-]	parametr $K_2$ pro výpočet smykového napětí
$k_N$		normálová tuhost fiktivní pružiny
$k_T$		tečná tuhost fiktivní pružiny
$L_{10}$	[ot.]	základní trvanlivost ložiska (90% spolehlivost)
$l_a$	[mm]	efektivní délka valivého tělesa (délka válečku bez zaoblení)
$L_{er}$	[ot.]	trvanlivost valivého tělesa
$L_{ir}$	[ot.]	trvanlivost vnitřního kroužku ložiska

$L_{nm}$	[ot.]	modifikovaná trvanlivost ložiska
$L_{or}$	[ot.]	trvanlivost vnějšího kroužku ložiska
$m_i$	[MPa]	parametr $m_i$ pro výpočet smykového napětí
MKP		Metoda konečných prvků
$\mathbf{o}$		sloupcová matice objemového zatížení
$P$	[kN]	ekvivalentní dynamické zatížení ložiska
$P$		potenciál vnějšího zatížení
$\mathbf{p}$		sloupcová matice plošného zatížení
$P_i$	[MPa]	tlak mezi hřídelí a vnitřním kroužkem ložiska
$P_u$	[N]	mezní únavové zatížení
$Q_a$	[N]	axiální zatížení segmentu ložiska
$Q_{max}$	[N]	maximální zatížení valivého tělesa
$Q_r$	[N]	radiální zatížení segmentu ložiska
$S_{max}$	[MPa]	maximální kontaktní napětí ze statické únosnosti ložiska
$\mathbf{U}$		globální matice deformovaných parametrů
$u$	[-]	bezrozměrná hloubka pod povrchem $z/b$
$\mathbf{u}^T$		řádková matice posuvu
$W$		energie napjatosti tělesa
$y$	[-]	parametr $y$ pro výpočet smykového napětí
$z$	[-]	počet valivých těles ložiska
$\alpha$	[°]	úhel kontaktní čáry vnějšího kroužku
$\Gamma_p$		povrch tělesa
$\delta$	[mm]	přesah uložení ložiska
$\varepsilon$		sloupcová matice deformace
$\lambda_N$		Lagrangeův multiplikátor pro normálový směr
$\lambda_T$		Lagrangeův multiplikátor pro tečný směr
$\nu$	[-]	Poissonova konstanta
$\Pi$		celková potenciální energie tělesa
$\sigma_h$	[MPa]	hoop napětí
$\sigma_k$	[MPa]	mez kluzu
$\sigma_{max}$	[MPa]	maximální kontaktní napětí z geometrie ložiska
$\boldsymbol{\sigma}^T$		řádková matice napětí
$\sigma_x$	[MPa]	tangenciální napětí



$\sigma'_x$	[MPa]	tangenciální napětí včetně hoop napětí
$\sigma_z$	[MPa]	normálové napětí (Hertzovo napětí)
$\tau_{45}$	[MPa]	smykové napětí
$\tau_{\max}$	[MPa]	maximální smykové napětí
$\Omega$		objem tělesa